

5. 劣化モデルの作成方法や要素データのサンプリング方法の違いが結果に及ぼす影響

ここでは、劣化モデルの作成方法や要素データのサンプリング方法の違いが、結果に及ぼす影響についても検討する。

5.1 劣化モデルの作成方法の違いが予測結果に及ぼす影響

状態遷移確率の作成方法は、4.2.1 で示す方法のほかにも様々な方法で算出が可能である。部材の状態遷移確率行列をいくつかの方法で作成し、それを基にした劣化曲線を比較してみる。

・分割マルコフ遷移モデル

4.2.1 で示したマルコフ数え上げと同様に前後2回の損傷程度の遷移を数え上げて状態遷移確率を求める。4.2.1 では、状態の遷移確率には時間依存性がなく、経年によらずどの時点においても同じであるとして、各橋梁の経過年数に関係なく集計をしたが、ここでは、母集団を経過年数が10年毎のデータ群に分割し、分割したデータ群毎に状態遷移確率を算出した。すなわち、分割したデータ群の中では斉時性が仮定されるとみなす一方で、経過年数の異なる群同士には斉時性はなく、異なる状態遷移確率になると仮定する。なお、経過年数が50年以上の橋梁については、データ数が少なくなるため状態遷移確率は算出せず、便宜上40~49年の群の遷移確率を用いた。

$$P_g = \begin{pmatrix} p_{aa} & p_{ab} & p_{ac} & p_{ad} & p_{ae} \\ 0 & p_{bb} & p_{bc} & p_{bd} & p_{be} \\ 0 & 0 & p_{cc} & p_{cd} & p_{ce} \\ 0 & 0 & 0 & p_{dd} & p_{de} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_{ee} \end{pmatrix}_g \quad (5.1)$$

ここで、 $g=1, 2, 3, 4, 5$ とすると、

$$\left\{ \begin{array}{l} g = 1 \\ t = 0 \sim 9 \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} g = 2 \\ t = 10 \sim 19 \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} g = 3 \\ t = 20 \sim 29 \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} g = 4 \\ t = 30 \sim 39 \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} g = 5 \\ t = 40 \sim 49 \end{array} \right\}$$

経過年 t_A 年時点における初期状態からの状態遷移確率行列を $P_{t=t_A}$ とすると、経年数が5年毎時点の遷移確率行列は、 $P_{t=5} = P_1$, $P_{t=10} = P_1^2$, $P_{t=15} = P_1^2 \cdot P_2$, $P_{t=20} = P_1^2 \cdot P_2^2$, \dots , $P_{t \geq 50} = P_1^2 \cdot P_2^2 \cdot P_3^2 \cdot P_4^2 \cdot P_5^2$ として表される。本推計手法を以下、「分割マルコフ」と呼ぶ。

・多段階指数ハザード遷移モデル

道路橋の実際の経年劣化による損傷程度の遷移は、点検時点ではなく任意時点で生じるので定期点検では実際に状態区分が遷移した時は把握できない。そのため、4.2.1 のマルコフ数え上げのように、損傷程度の遷移が点検時点で生じたとみなしてデータ数を数え上げて求めた状態遷移確率では、状態区分が遷移した時点が反映されない。これに対して、劣

化過程に斉時性を仮定した多段階指数ハザード関数を導入して、これを考慮する手法が提案されている¹⁷⁾。この方法は、隣接する2つの損傷程度間での遷移過程を指数ハザードモデルで表現し、推定したハザードモデルに基づいて損傷程度の遷移過程を表すマルコフ遷移確率を推定するという2段階で推定を行うものである。時間依存性を表現したハザード関数を導入して劣化傾向の推計を行う場合、ハザード関数の特徴が実際の時間依存性と合致していないと推計精度は大きく低下することが考えられる。

対象部材の損傷程度が時刻 y_i まで i の状態に遷移し、かつ時刻 y_i で $i+1$ に遷移する確率密度（ハザード関数） $\lambda_i(y_i)$ を一定値（ $\theta_i > 0$ 、指数ハザード）として経年に依存しない次式を仮定する。

$$\lambda_i(y_i) = \theta_i \quad (5.2)$$

式(5.2)の指数ハザード関数を用いることにより、部材の劣化過程が過去の履歴に依存しない（ハザード関数が一定値）というマルコフ性を表現することが可能となる。なお、津田らの研究¹⁸⁾では、損傷要因のパラメータを特性ベクトルとしたハザード率に考慮している。本研究では、これらの要因が劣化特性に及ぼす影響を比較することにも着目し、損傷の発生や進展の特徴に影響する属性を母集団の差別化に利用する。具体には、点検データを劣化特性が同じとみなせるように、諸元や使用環境等の条件が同じ母集団を作成し、その母集団毎にマルコフ遷移確率を推定することとした。したがって、これらの条件をハザード率に考慮はしていない。ハザード関数のパラメータ θ_i は、全サンプルの劣化推移パターンの同時生起確率密度を表す尤度関数を最大とする値とし、Newton-Raphson法で繰返し計算によって算出されるパラメータの差が0.0001（=0.01%）未満を収束条件として求めた。マルコフの遷移確率は、推計した指数ハザード関数のパラメータ θ_i を用いて以下の方法で算出できる。

$$P = \begin{pmatrix} p_{aa} & \cdots & p_{ae} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & p_{ee} \end{pmatrix} \quad (5.3)$$

ここに、遷移確率行列の各成分は次のとおりとなる。

$$p_{ii} = \exp(-\theta_i Z) \quad (5.4)$$

$$p_{ii+1} = \frac{\theta_i}{\theta_i - \theta_{i+1}} \{-\exp(-\theta_i Z) + \exp(-\theta_{i+1} Z)\} \quad (5.5)$$

$$p_{ij} = \sum_{k=i}^j \prod_{m=1}^{k-1} \frac{\theta_m}{\theta_m - \theta_k} \prod_{m=k}^{j-1} \frac{\theta_m}{\theta_{m+1} - \theta_k} \exp(-\theta_k Z) \quad (j = i, \dots, e) \quad (5.6)$$

$$p_{ie} = 1 - \sum_{j=i}^d p_{ij} \quad (i = 1, \dots, d) \quad (5.7)$$

推計されたパラメータ θ_i が劣化過程に及ぼす影響が有意か否かの判断は、式によるt値（t-検定統計量）により確認した。

$$t_{\beta_i} = \frac{\hat{\beta}_i - \beta_{i0}}{\sqrt{V(\hat{\beta}_i)}} \quad (5.8)$$

ここで、 $\hat{\beta}_i$ は推計パラメータ、 $V(\hat{\beta}_i)$ は推計パラメータの分散である。 β_{i0} を0として、「推

計パラメータがゼロの場合と有意な差がない。」を帰無仮説として t -検定を行い、 t -値の絶対値で 2.0 以上であれば、帰無仮説は信頼度 95%で棄却され、パラメータは有意と判断できる。本推計手法を以下、マルコフ最尤推計と呼ぶ。

・ワイブルハザード遷移モデル

マルコフ最尤推計に対して、橋梁の経過年数によって状態遷移確率が異なると仮定し、かつ加速度的に進行速度が速まるような劣化モデルを作る方法として多段階劣化ワイブルハザードモデルが青木ら¹⁷⁾により提案されている。これは、ハザード関数に時間依存性を考慮するもので、青木らは、ハザード関数にワイブル関数を用いている。対象とする要素が時刻 y_i までに状態 i で遷移しており、かつ時刻 y_i で状態 $i+1$ に遷移する確率密度（ハザード関数） $\lambda_i(y_i)$ がワイブル関数に従うとして次式を仮定する。

$$\lambda_i(y_i) = \theta_i \alpha_i y_i^{\alpha_i - 1} \quad (5.9)$$

ここに、 θ_i は損傷程度 i に固有の定数パラメータ、 α_i は劣化の加速度パラメータである。 $\alpha_i > 1$ の場合、初期時点からの経過時間 y_i の増加に伴う加速度的な劣化の進行を表し、逆に $\alpha_i < 1$ の場合は、経年に伴って、劣化進行が緩やかになる。 $\alpha_i = 1$ の場合は、劣化進行速度に時間依存性がなく、マルコフ最尤推計と同じとなる。

ワイブルハザードモデルのパラメータは、最尤推定法で求める。パラメータは損傷程度 ($a \sim e$) 間の 4 段階について θ と α の 2 種類となり、計 8 個のパラメータの推計が必要となる。しかし、本研究では、マルコフ最尤推計と同様に、Newton-Raphson 法を用いて、繰返し計算で算出されるパラメータの差が 0.0001 (=0.01%) 未満となるまで計算をさせることを試みたが、計算が収束するケースは得られなかった。したがって、損傷程度が 1 期 (5 年) で 1 ランクしか低下しないと仮定して推計を行うこととした。すなわち、損傷程度が i の場合、点検結果を 1 期後に i に留まるものと $i-1$ 以下に低下するものに分け、 i に留まるパラメータ (θ, α) のみを推計して i に留まる確率 $p_{ii}(s)$ を算出し、 $i-1$ 以下に低下する確率を $1 - p_{ii}(s)$ とした。この操作で遷移行列は対角成分のみのバンド型となる。なお 1 期で 2 ランク以上低下したサンプルを 1 ランクしか低下しなかったものとして扱うため、2 ランク以上低下したサンプルの混入率に応じて劣化速度は過小評価されることとなる。

劣化過程は、使用開始時点 τ_0 から時間 s が経過した時点において損傷程度 $h(s)=i$ が生起する確率(状態遷移確率)を用いて次式で記述される。

$$\text{Prob}[h(s) = i \mid h(0) = 1] = \pi_i(s) \quad (5.10)$$

この状態遷移確率を損傷程度 $i (i = a, \dots, e)$ に対して定義すれば、時間依存的な遷移確率ベクトルが得られる。

$$P(s) = \begin{pmatrix} p_{aa}(s) \\ \vdots \\ p_{ee}(s) \end{pmatrix} \quad (5.11)$$

$$p_{ii}(s) = \exp(-\theta_i s^{\alpha_i}) \quad (5.12)$$

$$p_{ii+1}(s) = 1 - p_{ii}(s) \quad (5.13)$$

本推計手法を以下、ワイブル最尤推計と呼ぶ。

図 5.1 に本資料で取り上げた推計手法を用いて状態遷移確率行列を求め、それをべき乗することで経年の状態確率分布を算出した結果を示す。ここに、 $t=0$ では対象要素の全てが損傷程度 a にあると仮定している。

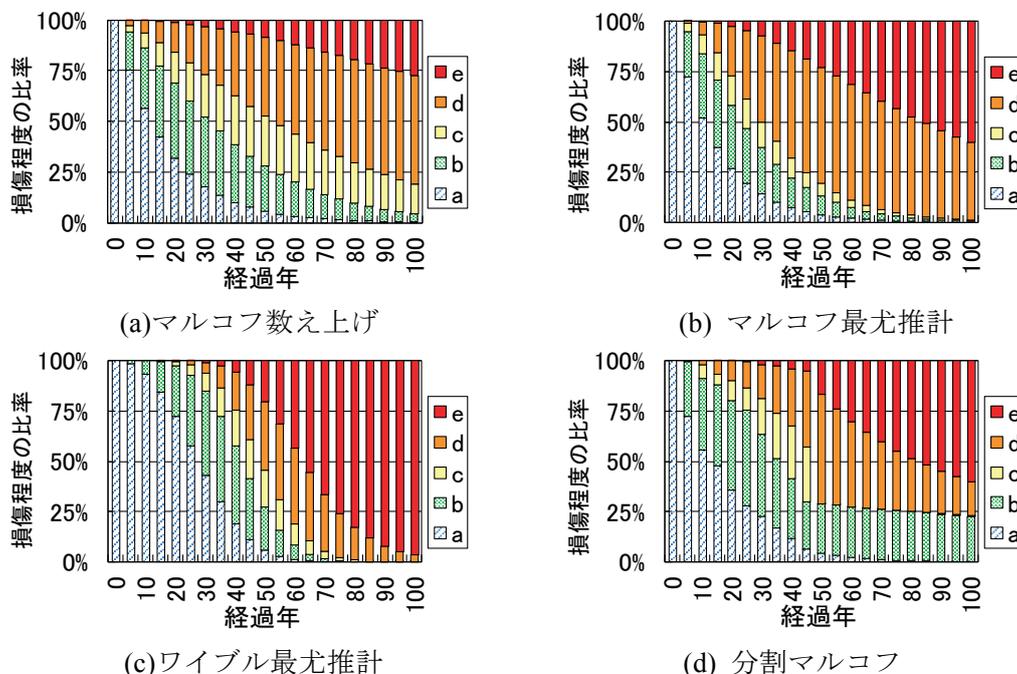


図 5.1 複数の手法で推計した状態確率分布（鋼主桁の腐食を対象）

さらに、これらの状態確率分布から期待値曲線を得る。複数の関数形（指数関数、3 次関数、5 次関数、ロジスティック関数）で近似し、その中からもっとも決定係数の高い関数を採用する。図 5.2 に各種推計方法で推計した状態確率分布を基に求めた期待値曲線を示す。なお、図示している期待値曲線は、手法それぞれに採用された関数は必ずしも同一でない。損傷程度 c（期待値 0.5）への到達時間は、推計手法ごとに異なるが、その違いは、マルコフ最尤推計を除けば数年の間に収まる。損傷程度 d（期待値 0.25）の場合には、期待値同士の比較であっても 15 年から 40 年程度の幅を持つ。また、期待値曲線同士の違いが比較的小さい経過 40 年程度までの範囲に着目すれば、マルコフ数え上げは異なる期待値劣化特性の平均的な挙動を取る。他方、40 年を過ぎると、マルコフ数え上げは、ほかに比べると劣化が遅く予測される特性を持つ。ハザード関数を仮定している多段階ハザードモデル（マルコフ最尤推計）とワイブルハザードモデル（ワイブル最尤推計）は、ハザード関数形状が劣化の物理化学的な特性に見かけ上近しいと良いのかもしれないが、ハザード関数形状を仮定する方法に現在のところ定まった考え方があるわけではない。以上のように劣化特性の形状を劣化曲線で設定するにあたっては、その利用結果の使い道も踏まえ、利用結果の解釈をすべきである。

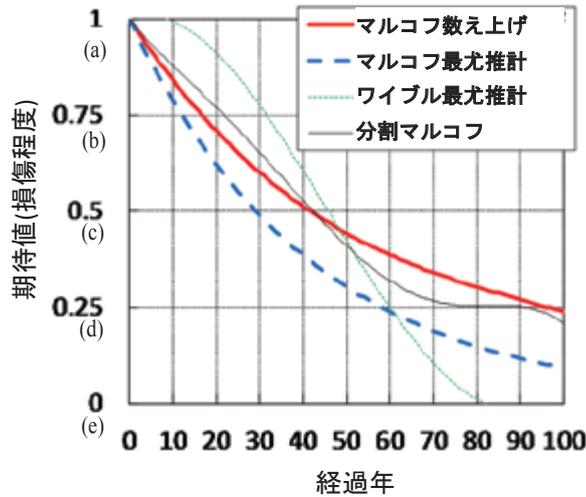


図 5.2 各種推計方法で得られる期待値曲線

5.2 劣化予測の留意事項

5.2.1 遷移確率行列を求めるときに扱うデータ量の違いが算定結果に及ぼす影響

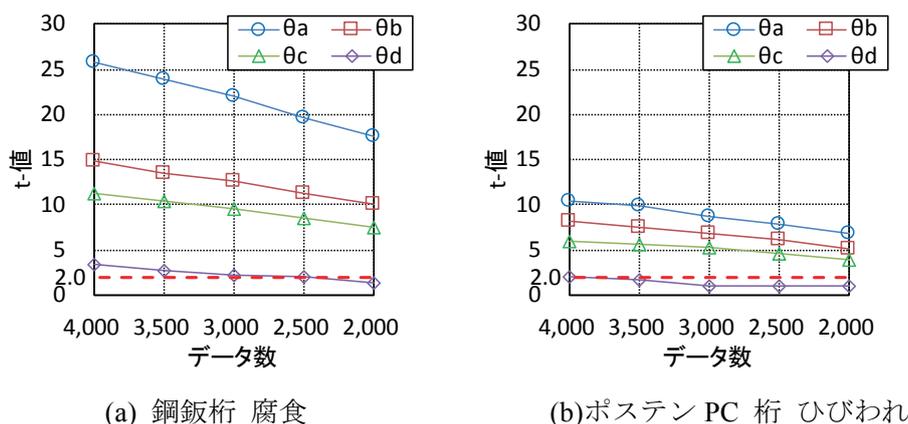
点検結果から遷移確率を算出する場合、部材の対象位置や使用環境等の条件をできるだけ細分化して同じ属性のデータを母集団とすることが信頼性確保の点で有効と考えられる。一方で、細分化することで母集団データが減少し信頼性の低下に繋がる恐れがある。そこで、用いるデータ数と得られる状態遷移確率の推計結果の信頼性の関係について試算を行う。

津田らの研究¹⁸⁾を参考に、対象とする母集団から数を変えて無作為に抽出したデータにマルコフ最尤推計を適用し、指数ハザード関数のパラメータ (θ_a , θ_b , θ_c , θ_d) の推計の信頼性を t-検定により評価した。対象としたケースは、鋼鈹桁の腐食、ポステン PC 桁ひびわれとし、遷移確率行列を作成する際のサンプル数を 2,000~4,000 個まで 500 個単位で変化させたときのパラメータの t-値に着目した。t-値は式(5.8)により算出し、t-値の絶対値が 2.0 以上であればパラメータは有意であると判断した。なお、元の母集団からの所定のサンプル数の抽出は、無作為抽出とし、点検間隔のばらつきや経過年別のデータ数の比率に大きな差はないことを確認しながら行った。

図 5.3 に遷移確率行列を作成する際のサンプル数と t-値の関係を示す。サンプル数の減少に伴って、各パラメータの t-値は小さくなっており、サンプル数がパラメータの有意さに影響を与えることがわかる。また、パラメータが有意と判断する閾値とした t-値が 2.0 未満になるサンプル数は、鋼鈹桁の腐食では 2,500 データ、ポステン PC 桁では 4,000 データ程度であった。

データ数が多いほど推計の信頼性は高いが、ここでの結果からは、推計の信頼性確保には損傷種類によって異なるものの少なくとも 2,000 以上、種類によっては 4,000 以上のデ

ータが必要となることがわかる。津田ら¹⁸⁾が行った米国の約3万個の橋梁点検データでの検討では、同様の検討で抽出データ数が概ね2,000個以上で元データによる推計と同じ結果が得られたことが示されており、本研究の結果と大きな乖離はなく、本研究と類似のデータで同様の状態遷移確率の推定を行う場合、母集団の特性を表す信頼性のある結果を得るためには、少なくとも数千個以上のデータが必要と考えられる。



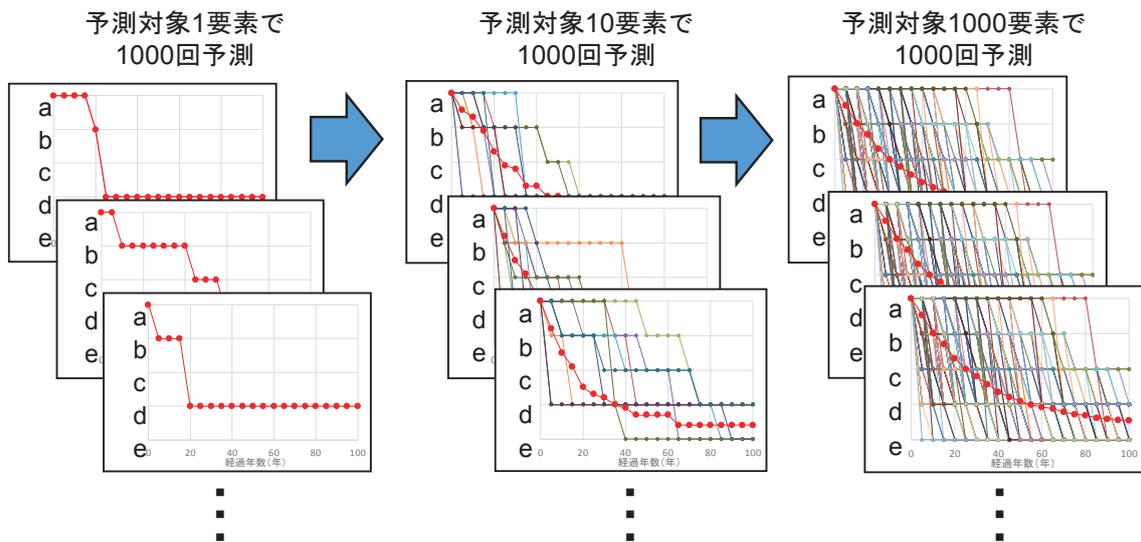
(a) 鋼板桁_腐食 (b)ポステンPC桁_ひびわれ

図 5.3 母集団のデータ数とパラメータ推計値の t-値

5.2.2 予測対象数の違いが算定結果に及ぼす影響

確定値として求めた期待値曲線を類似属性の他の母集団に当てはめて将来を予測しようとする際に、その母集団の大きさによって、期待値の予測結果の信頼性が元の母集団に対する場合と異なることが考えられる。例えば、膨大な数の橋のデータから求めた劣化曲線（期待値曲線）を、それとは別の少ない橋梁群に適用してそれらの将来予測を行ってもそれらの橋梁群全体に対する予測結果の信頼性は、基となった母集団に対する場合より低くなることが考えられる。ここでは、十分に多い母集団に対して劣化予測を行い、得られた期待値曲線を用いて将来の期待値を予測するとき、一定の信頼性を確保するために必要なサンプル数について試算してみる。

試算は、図 5.3 と同様に状態遷移確率行列に従って、損傷程度が推移していく過程をモンテカルロシミュレーションにより試算する。この試算を対象個数の異なる 12 ケースそれぞれに対して行う。対象個数は、1、2、5、10、20、50、100、200、500、1,000、2,000、5,000 個のケースを設定した。各ケース 1 回の試行毎に、損傷程度「c」（=期待値 0.50）となる到達年数の期待値を求めた。この試行をケース毎に 1000 回実施し、損傷程度「c」への到達年の頻度分布から平均値と変動係数を求めた。図 5.4 に算出イメージ、図 5.5 に対象個数と損傷程度 c への到達年数の関係を示す。



損傷程度cへの到達年の頻度分布 (イメージ)

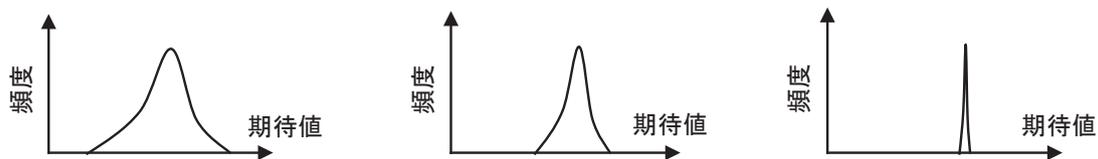


図 5.4 算出イメージ

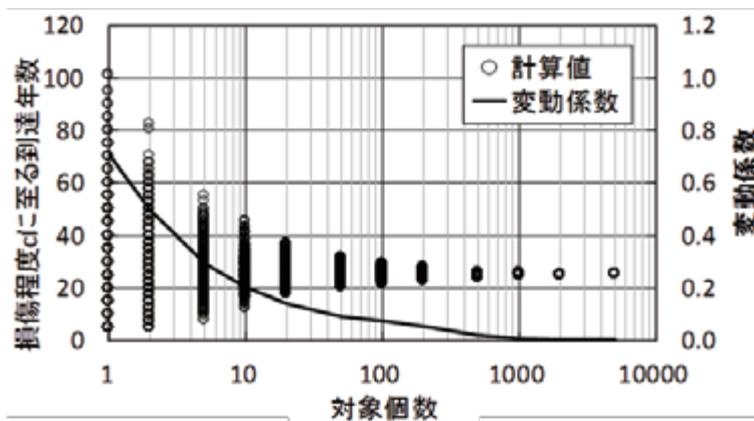


図 5.5 対象個数と損傷程度「c」に至る到達年数の関係
(鋼主桁・鈑桁・腐食 (A・B 塗装系の桁端部))

対象個数が増えるにつれて変動係数が小さくなっており、十分に対象個数が多い場合には、期待値は一定値に収束していくことが分かる。図から、対象個数が少なければ、非常に大きくばらつくこと、到達年数のばらつきを数年程度かそれ未満にとどめるためには、500~1000 程度以上の対象個数が必要であることがわかる。

このように、将来状態の期待値を予測する場合においても、予測しようとする母数が少ない場合には、予測結果のばらつきが大きくなることを認識して結果を扱うべきである。

5.2.3 点検間で状態が改善した要素のサンプリング方法の違いが劣化曲線の違いに及ぼす影響

推計手法の選択や母集団の数以外にも留意点がある。橋梁定期点検の結果は、状態が悪い要素データ（損傷程度 d,e）は、状態がよい要素データ（損傷程度 a,b）に比べて少ないことが多く、分析対象の部材種類や母集団の属性情報との組み合わせによっては、条件に該当する全要素数に対し 1%以下の場合もある。状態遷移確率行列を得るための処理では、点検間で状態が改善した要素を除去しており、もしそのまま放置されれば、損傷程度 d や e に遷移する可能性のある要素を除去している。図 5.6 に例を示すように劣化曲線から損傷程度 e への到達時間を設定する場合には、算定手法や回帰する関数形によっては、100 年以上経過しても損傷程度 d や e とならない場合もある。仮に、図 5.6 の左上の表に示す赤枠部分（損傷程度 c→a、c→b、d→a、d→b、d→c に遷移する要素）が改善されなかった場合のデータが豊富にあれば、損傷程度 e への遷移確率はより大きくなり、劣化モデルが変わることも考えられる。

データの処理の仕方については、定まった考え方があるわけではなく、また、理論的に定められるのではないことを考えれば、使用目的も考えて劣化予測結果の解釈を慎重に吟味すべきである。

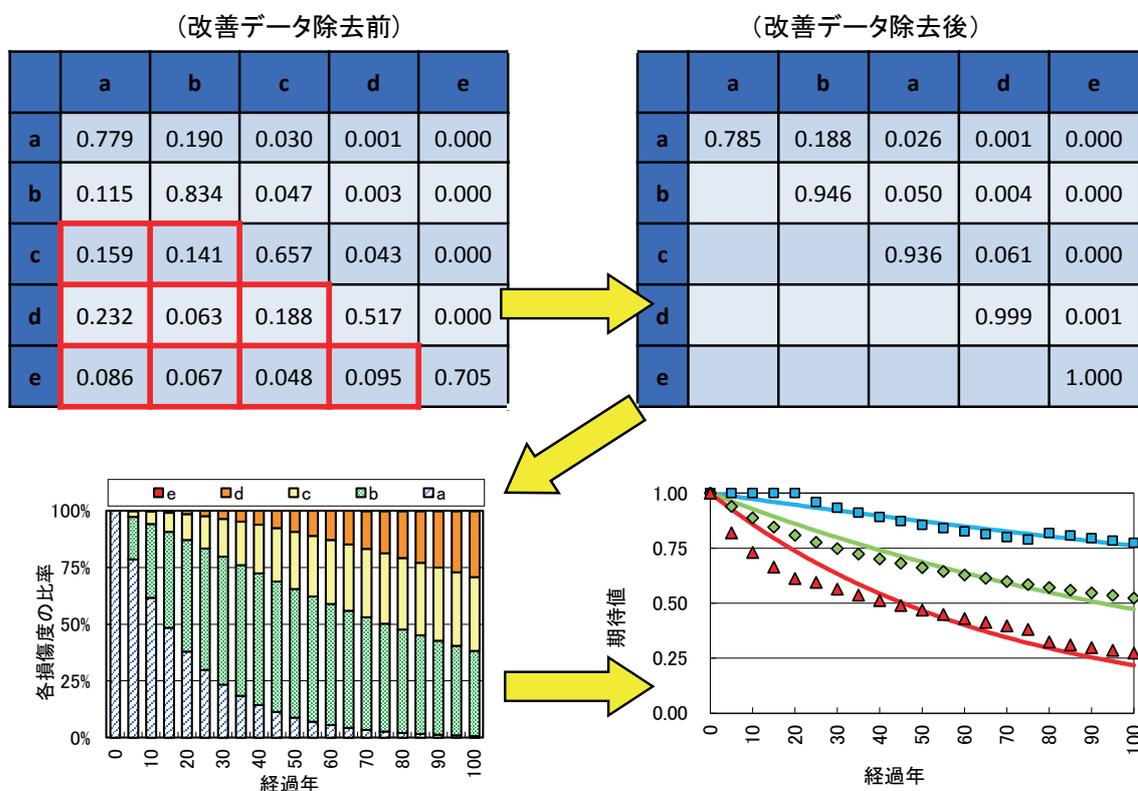


図 5.6 コンクリート床版・ひびわれの例（左上：改善データ除去前、右上：改善データ除去後）、状態確率分布（左下）、劣化曲線（右下）

5.3 まとめ

ここでは、劣化モデルの作成方法や要素データのサンプリング方法の違いが、劣化予測の結果に及ぼす影響について検討した。

まず、劣化モデル作成方法の違いが劣化予測結果に与える影響を確認した。4.2.1 で示す以外の方法で部材の状態遷移確率行列を作成し、それを基にした劣化曲線を比較した。その結果、遷移確率の作成方法によって、状態確率分布の概形及び期待値曲線は大きく異なり、劣化予測の結果に大きく影響を及ぼすことがわかった。

次に、状態遷移確率行列に基づく劣化予測をする際に、劣化モデル作成時の母集団のデータ量の違い、確率的に予測する時の予測対象数の違い、補修等による改善データの取り扱いが結果に及ぼす影響を考察した。本研究と類似のデータで遷移確率を作成し、信頼性のある結果を得るためには、数千個以上のデータが必要であること、また、大量の母集団から劣化モデルを作成した場合であっても、その劣化モデルを用いて予測しようとする対象数が少ないときには、期待値の予測結果のばらつきが大きくなることを示した、データの処理方法は劣化予測の目的に応じて異なることから、使用目的を慎重に定めて結果を解釈する必要があることがわかった。

以上の検討の結果、状態遷移確率行列に基づいた劣化予測を行うにあたっては、状態遷移確率や劣化曲線の作成方法、ばらつきの着目の仕方、データの取り扱い方など、橋梁定期点検のデータ処理から実際にモデルを作成し予測するまでの各段階で、多くの事項に留意する必要がある、予測の目的によって何らかの仮定や割切りをする場合も考えられる。本資料で挙げた項目について、実際にどのような処理や方法の選択をするかについては、正解がなく、予測結果の取り扱いで注意を払うことが必要である。

- 17) 青木一也，山本浩司，津田尚胤，小林潔司：多段階ワイブル劣化ハザードモデル，土木学会論文集，No.798/VI-68，pp.125-136，2005.9
- 18) 津田尚胤，貝戸清之，青木一也，小林潔司：橋梁劣化予測のためのマルコフ遷移確率の推定，土木学会論文集，No.801/I-73，pp.69-82，2005.10