

国土技術政策総合研究所資料

TECHNICAL NOTE of
National Institute for Land and Infrastructure Management

No. 465

June 2008

モンテカルロシミュレーションを用いた防波堤の滑動量
に関する破壊確率の算定精度向上に関する研究

長尾 毅・吉岡 健・尾崎竜三

A Study on the Improvement of the Accuracy of Failure Probability of Breakwaters
in view of Sliding Displacement by Monte Carlo Simulation

Takashi NAGAO, Takeshi YOSHIOKA, Ryuzo OZAKI

国土交通省 国土技術政策総合研究所

National Institute for Land and Infrastructure Management
Ministry of Land, Infrastructure, Transport and Tourism, Japan

モンテカルロシミュレーションを用いた防波堤の滑動量 に関する破壊確率の算定精度向上に関する研究

長尾 毅*・吉岡 健**・尾崎竜三***

要 旨

防波堤の滑動量に関する破壊確率をモンテカルロシミュレーションによって評価する試みは現在広く用いられており、港湾基準の性能規定化に伴い設計実務における適用が増えることが想定される。モンテカルロシミュレーションは乱数の発生方法や試行回数によって結果が異なるため、適切な方法を用いないと精度が悪い場合がある。本研究では、防波堤の滑動量に関する破壊確率をモンテカルロシミュレーションによって精度よく求めるための乱数の発生方法と試行回数について検討を行った。検討の結果、乱数発生方法として線形合同法+中心極限定理法を用いると破壊確率を低く評価する恐れがあること、また、その他の手法を用いる場合にも15~20万回程度の試行回数が望ましいことが明らかとなった。

キーワード：防波堤，モンテカルロシミュレーション，滑動量

*港湾研究部港湾施設研究室室長

**前港湾研究部港湾施設研究室交流研究員 (J-POWER)

***前港湾研究部港湾施設研究室交流研究員 (中央復建コンサルタンツ)

〒239-0826 横須賀市長瀬3-1-1 国土交通省国土技術政策総合研究所

電話：046-844-5029 Fax：046-844-5081 e-mail: nagao-t92y2@ysk.nilim.go.jp

A Study on the Improvement of the Accuracy of Failure Probability of Breakwaters in view of Sliding Displacement by Monte Carlo Simulation

Takashi NAGAO*

Takeshi YOSHIOKA**

Ryuzo OZAKI***

Synopsis

The Monte Carlo Simulation method is widely used for the evaluation of failure probability of breakwaters in view of sliding displacement. The method might be used more frequently in the future as the new technical standards for port and harbor facilities employ the performance-based design methodology. The accuracy of the result of the simulation depends on the pseudorandom number generating method and iteration number. This study aims at presenting the appropriate pseudorandom number generating method and iteration number for the evaluation of failure probability of breakwaters in view of sliding displacement. It was made clear that adoption of linear congruential method and central limit theorem gives the failure probability on the un-conservative side and iteration number shall be no less than 1.5×10^6 times when the failure probability is about 0.01.

Key Words: breakwater, sliding displacement, Monte Carlo Simulation

* Head of Port Facilities Division, Port and Harbor Department

** Ex-Exchanging Researcher of Port Facilities Division, Port and Harbor Department

*** Ex-Exchanging Researcher of Port Facilities Division, Port and Harbor Department

3-1-1 Nagase, Yokosuka, 239-0826 Japan

Phone: +81-46-844-5029 Fax: +81-46-844-5081 e-mail: nagao-t92y2@ysk.nilim.go.jp

目 次

1. はじめに	1
2. MCSの概要	1
3. MCSを用いた防波堤の滑動量に関する破壊確率の算定方法	4
4. 検討条件	7
5. 検討結果	8
6. まとめ	20
参考文献	20

1. はじめに

港湾の施設の技術上の基準¹⁾ (以下、港湾基準と記述)が改正され、信頼性設計法が導入された。防波堤の外部安定については、部分係数を用いるレベル1信頼性設計法が標準的な方法として位置づけられているが、新しい港湾基準の大きな特徴は、性能規定化がなされ、性能照査方法については設計者の判断による自由度が認められているという点にある。性能が破壊確率により規定されているならば、部分係数法のみならず、破壊確率と関係付けられるパラメータである信頼性指標を直接評価する方法(レベル2信頼性設計法)、破壊確率を直接評価する方法(レベル3信頼性設計法)の何れも適用が可能ということになる。

防波堤の外部安定のうち、滑動安全性については、信頼性設計法の手法として滑動量に関する破壊確率等をモンテカルロシミュレーション(以下、MCSと記述)によって評価する試みが下迫・高橋²⁾によって提案されて以来、現在広く用いられている。従って、港湾基準の性能規定化に伴い、防波堤の滑動問題に関しては、MCSによる方法の設計実務における適用が増えることが想定される。

しかしながら、MCSは適用方法が適切でなければ、他の信頼性設計法よりも精度が悪くなる可能性もある。特に、乱数の発生方法や試行回数によって結果が異なるため、適切な方法を用いる必要がある。そこで、本研究では、防波堤の滑動量に関する破壊確率をMCSによって精度よく求めるための乱数の発生方法と試行回数について検討を行った。

2. MCSの概要

破壊確率は、確率変数の同時確率密度関数を破壊領域で多重積分することにより算出される(式(1))。

$$P_f = \int \cdots \int_{g(\mathbf{X}) < 0} f_X(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2, \dots, dx_n \quad (1)$$

ここに、 x_1, x_2, \dots, x_n は確率変数であり、 $f_X(x_1, x_2, \dots, x_n)$ は確率変数の同時確率密度関数、 $g(\mathbf{X})$ は性能関数である。

式(1)を違う形で表現すると式(2)のようになる。MCSは式(2)に示す多重積分の代わりに、式(3)によって破壊確率の近似解を得る方法である。

$$p_f = \int \cdots \int I[g(\mathbf{x}) \leq 0] f_X(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (2)$$

$$p_f \approx \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N I[g(\hat{\mathbf{x}}_j) \leq 0] \quad (3)$$

ここに、 I は破壊判定関数であり、 $I < 0$ のときに1、それ以外はゼロの値をとる。また、 N は試行回数である。

MCSの一般手順は次の通りとなる。

- ①擬似乱数(区間[0,1]の一樣乱数)を発生させる。
- ②一樣乱数を確率分布関数の値と見なして、必要な確率分布および相関を有する乱数に変換する。
- ③得られた乱数の組み合わせを用いて、構造物の安全性を評価する。
- ④以上の評価を数多く実施し、破壊と判定された回数を全試行回数で除して破壊確率とする。

ここで、②の一樣乱数から任意の確率分布に従う乱数への変換は、対象とする分布が確率分布関数の逆演算が解析的に可能なもの(例えば、レーリー分布等)であれば逆演算により精度良く変換可能であるが、正規分布などのように解析的に逆演算が行えないものについては何らかの工夫が必要となる。

本研究では、防波堤の滑動量に関する破壊確率の評価のためのMCSの方法として、以下の3通りの方法を用いて相互比較を行った。

- ①一樣乱数の発生に線形合同法を用い、正規乱数への変換に中心極限定理を用いる方法(以下 LCG と記述)
- ②一樣乱数の発生にメルセンヌ・ツイスタを用い、正規乱数への変換にボックス・ミュラー法を用いる方法(以下 MT と記述)
- ③一樣乱数の発生に超一樣分布列を用い、正規乱数への変換に誤差関数の初等関数近似による逆演算を用いる方法(以下 LDS と記述)

以下、各方法について説明する。

①は現在、防波堤の滑動に関するMCSの方法として広く用いられている方法である。線形合同法(linear congruential method)は式(4)によって一樣乱数列を発生させる。

$$x_n = \lambda x_{n-1} + c \pmod{P} \quad (4)$$

ここに、 λ , c , P は定数, mod は、その前の値をその後の値で除した余りである。なおこの場合は、「 P を法とする」とも表現される。

式より明らかなように、擬似乱数の i 番目の値と j 番目の値が一致してしまうと、 $i+1$ 番目の値と $j+1$ 番目の値も一致してしまう。いったん値が一致してしまうと、それ以降は同じ数列が得られるだけであり、MCS を続けて行う意味がなくなってしまう。従って、これらの方法における注意点は、なるだけ同じ値を発生させないように定数を設定することにある(これを周期を長くするという)。そのための注意点が幾つかあるが、たとえ注意深く設定を行ったとしても、なお線形合同法には周期等の面で問題があるという指摘が各方面でなされている。現在のコンピュータは 32 ビット演算が標準であるため、32 ビット未満の素数のうち最大の素数である $2^{31}-1$ (これはメルセンヌ数と呼ばれる素数のひとつである) を法とする演算を行ったとしても、 $2^{31}-1$ が周期となってしまう。このため、より周期の長い高精度のアルゴリズムが求められており、後述するメルセンヌ・ツイスタと比較すると、擬似乱数の発生方法としては一世代前の方法と認識されている。

正規乱数への変換に用いる中心極限定理は、同一の確率分布からサンプリングされた多数の乱数の和は正規分布に近付くことを利用したものである。一様乱数 $x_i(i=1, \dots, n)$ の n 個の和の平均 μ , 標準偏差 σ は式(5)により得られる。

$$\mu = n/2, \quad \sigma = \sqrt{n/12} \quad (5)$$

これより、例えば 12 個の乱数の総和から 6 を引けば、平均ゼロ、標準偏差 1 の正規乱数に変換されることになる。ただし、中心極限定理は破壊確率の評価のために最も重要な確率分布の裾の部分の精度に問題がある可能性がある。従って、適用に当たっては、裾の部分の再現出来ているかどうか、慎重に見極めることが重要である。

②のメルセンヌ・ツイスタは Matsumoto and Nishimura³⁾ によるもので、現在の標準的な擬似乱数発生アルゴリズムとして広く用いられており、周期が $2^{19937}-1$ と周期等の面で非常に優れたものとなっている。そのソースコードは、各種の web サイトで公開されている(本原稿の執筆時点では、開発者である松本教授の web サイト <http://www.math.sci.hiroshima-u.ac.jp/%7Emat/MT/mt.html> 等で公開されている)。これ以外の web サイトにおいても、様々な言語やアプリケーションに対応したものが公開されている。

メルセンヌ・ツイスタでは、初期値を n 個用意する。ただし、1 番目の初期値だけは 1 ビット(すなわち、ゼロまたは 1) とする。 n 個の初期値を縦に重ねると 32 ビット演算では $32 \times (n-1) + 1$ ビットの数が生成される。 $n=624$ とすることにより、 $32 \times 623 + 1 = 19937$ となり、上記の周期が得られる。

ボックス・ミュラー法(Box and Muller)⁴⁾は式(6)に示すように、2 つの独立な一様乱数から正規乱数を発生させるものであり、中心極限定理と比較して分布の裾の精度は高いと考えられる。

$$z_n = \sqrt{-2 \ln x_n} \cos(2\pi y_n) \quad (6)$$

③の超一様分布列(low-discrepancy sequences)は準乱数を発生させる方法で、ランダム性はないものの確率分布の再現性は最も優れており、破壊確率の計算などの積分問題への適用については収束が早いことが期待される。まず、10 進法の整数 n を b 進法に展開したものは基数 b の van der Corput 列と呼ばれる(式(7))。

$$x_n = \phi_b(n), \quad n = 0, 1, \dots \quad (7)$$

ここに、 $\phi_b(n)$ は基底逆関数と呼ばれ、整数 n を b 進展開した係数 a_j をもとに、以下で与えられる。

$$\phi_b(n) = \frac{a_0}{b} + \frac{a_1}{b^2} + \frac{a_2}{b^3} + \dots + \frac{a_m}{b^{m+1}} = \sum_{j=0}^{\infty} a_j(n) b^{-j-1} \quad (8)$$

$b=2$ の場合で最初の数列の例を示すと次のようになる。

$$\begin{aligned} \phi_2(0) &= \frac{0}{2} = 0 \\ \phi_2(1) &= \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \\ \phi_2(2) &= \frac{0}{2} + \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4} \\ \phi_2(3) &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} = \frac{3}{4} \\ \phi_2(4) &= \frac{0}{2} + \frac{0}{2^2} + \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8} \end{aligned}$$

これより、区間[0,1]の中で、最初がゼロ、次が区間の中央の 1/2、次がゼロと 1/2 の中央、次に 1/2 と 1 の中央、というように、均質に数列が発生されるのが特徴である。

ただし、上述のようにランダム性はないため、ランダム性を取り扱う問題への適用はできない。

van der Corput 列を単純に多次元に拡張したものは Halton 列と呼ばれる。この場合、各列の基数は互いに素な数とする。以下では、多次元問題に適用性が高いと考えられる一般化 Faure 列について解説する。

Faure 列においては、 k 次元の問題に対して、 k 以上の素数 p を基数として用いる。まず1次元目は基数 p の van der Corput 列と同じである。

$$x_n^1 = \sum_{j=0}^{\infty} a_j^1(n) p^{-j-1} \quad (9)$$

2次元目以上については次の通りとなる。

$$x_n^i = \sum_{j=0}^{\infty} a_j^i(n) p^{-j-1}$$

$$\begin{pmatrix} a_0^i(n) \\ a_1^i(n) \\ a_2^i(n) \\ \vdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} {}_0C_0 & {}_1C_0 & {}_2C_0 & \cdots \\ & {}_1C_1 & {}_2C_1 & \cdots \\ & & {}_2C_2 & \cdots \\ & & & \ddots \end{pmatrix}^{i-1} \begin{pmatrix} a_0^1(n) \\ a_1^1(n) \\ a_2^1(n) \\ \vdots \end{pmatrix} \pmod{p} \quad (10)$$

ここに、 ${}_sC_t$ は二項係数であり、以下により得られる。

$${}_sC_t = \frac{s!}{(s-t)!t!} \quad (11)$$

田村・白川⁵⁾は Faure 列を改良して、より収束の早い方法を提案しており、これが一般化 Faure 列と呼ばれる。本研究では一般化 Faure 列を用いた。本原稿の執筆時点では、白川研究室の web サイトでソースコード等が公開されている (http://www.craft.titech.ac.jp/s_lab/top.html)。

また、誤差関数の初等関数近似による逆演算は、1つの一様乱数から1つの正規乱数が得られるため効率が良い。本研究ではこれに大浦⁶⁾によるものを用いた。これは、式(12)を近似式として、誤差関数の複素領域での有理関数近似を最適化したものである。ただし、 $E_{\alpha,\beta}(z)$ が不連続になるなどの理由により複素関数近似の場合は近似領域を分割する必要があるが、煩雑さを省略するために最適化は実近似のみで行われている。

$$\operatorname{erfc} z \approx E_{\alpha,\beta}(z) + e^{-z^2} z \left[\frac{a_0}{z^2 + b_0} + \frac{a_1}{z^2 + b_1} + \cdots + \frac{a_{N-1}}{z^2 + b_{N-1}} \right] \quad (12)$$

$$E_{\alpha,\beta}(z) = \begin{cases} \frac{2}{1+e^{\alpha z}} & ; \operatorname{Re} z + |\operatorname{Im} z| < \beta \\ 0 & ; \operatorname{Re} z + |\operatorname{Im} z| \geq \beta \end{cases}$$

ここに、 a_i, b_i, α, β は最適化により決定される定数であり、 N は展開項数である。

MCS の概要の最後に、MCS における試行回数設定について述べる。式(3)の近似の有効性は、試行回数に依存する。MCS による破壊確率の推定値は、試行回数が無限大に近づくときに真値に漸近する。しかしながら一般的に試行回数を無限大に近く確保することは不可能であるため、MCS の試行回数は破壊確率の変動係数が十分に小さくなる回数として設定される。

MCS の各試行による結果は破壊判定関数により 0, 1 の何れかとなるベルヌーイ試行であり、 N 回の試行結果は二項分布に従うと見なすことができる。破壊確率の標準偏差は、試行回数 N が十分に大きいとき、式(13)を参照して、式(14)により評価できる。

$$\frac{\sum_{j=1}^N I^2 [g(\hat{x}_j) \leq 0]}{N} = 1^2 \times \hat{p}_f + 0^2 \times (1 - \hat{p}_f) = \hat{p}_f \quad (13)$$

$$S(\hat{p}_f) \approx \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^N I^2 [g(\hat{x}_j) \leq 0] - \hat{p}_f}{N}} = \sqrt{\frac{\hat{p}_f(1 - \hat{p}_f)}{N}} \quad (14)$$

ここに、

S : 破壊確率の標準偏差

\hat{p}_f : MCS による破壊確率評価値

N : 試行回数

これより、破壊確率の変動係数は、試行回数 N が十分に大きいとき、式(15)により得られる。

$$V(\hat{p}_f) \approx \sqrt{\frac{\hat{p}_f(1 - \hat{p}_f)}{N}} \frac{1}{\hat{p}_f} \quad (15)$$

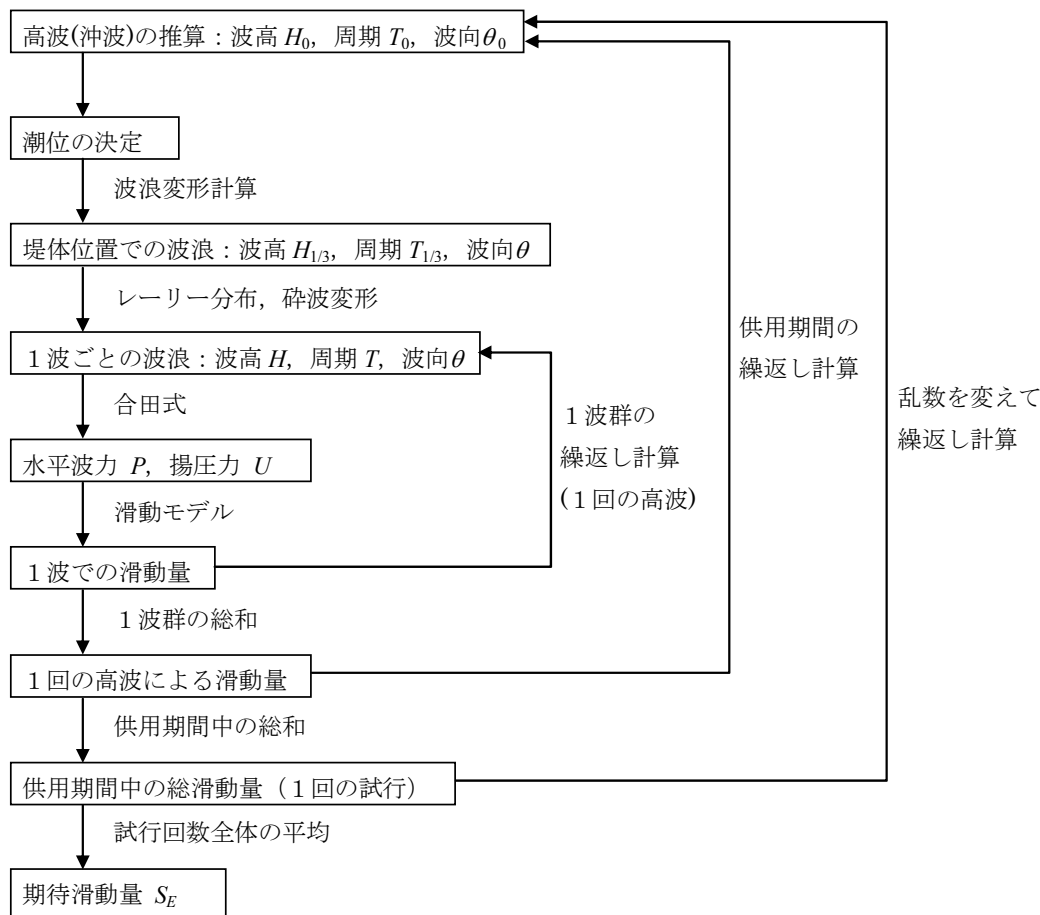


図-1 期待滑動量の計算フロー²⁾

MCSによる誤差 ε は、二項分布の95%信頼区間をもとにしたShoorman⁷⁾により、式(16)により算出できる⁸⁾。これより、破壊確率が小さな値の場合、試行回数が十分でないと大きな誤差となる可能性があることが分かる。このため、一回毎の試行に計算負荷の問題があるからといって、少ない試行回数で確率の評価を行うことは絶対に避けなければならない。

$$\varepsilon\% = \sqrt{\frac{1-p_f}{p_f N}} \times 200\% \quad (16)$$

3. MCSを用いた防波堤の滑動量に関する破壊確率の算定方法

従来の防波堤の滑動に対する設計法は、設計波（一般に50年確率波）を対象として滑動安全率1.2を満足するよう断面を決定する、いわゆる力の釣合いに基づく設計法である。今般改定された港湾基準の中で標準的な方法として位置付けられたレベル1信頼性設計法も、同様に力の釣合いに基づく安全性照査式を基本として、作用効果が耐力を上回る確率を限界値以内に制御する方法である。

一方、下迫・高橋²⁾によって提案された方法は、防波堤ケーソンの変形量すなわち滑動量を制御対象とする方法である。以下にその概要を示す。

(1) MCSによる期待滑動量計算フロー

下迫・高橋²⁾の方法はMCSにより設計供用期間中の累積滑動量の平均値(期待滑動量)を評価するものである。

図-1にその計算フローを示すが、これは、

- ①滑動に関する運動方程式を数値積分して1波毎の滑動量を算定する
- ②レーリー分布に基づいて、1回の高波（来襲波群）による累積滑動量を計算する
- ③これを供用年数分繰返して供用期間中の累積滑動量を計算する
- ④MCSによって各設計因子（波高、潮位、摩擦係数、自重等）のばらつきを考慮し、試行回数分の期待滑動量を評価する

という4つの計算領域で構成されている。

ここで、高波は毎年1回来襲することとし、その継続時間は2時間としている。したがって、平均周期を6秒とした場合、1回の高波により1200波が防波堤に作用することとなる。毎年の高波は沖波の極値分布形に従って発生させ、沖波波高から堤前位置での有義波高、最高波高の算出に際しては、換算沖波波高を用いた浅水変形、碎波変形モデル⁹⁾を用いている。

下田・多田¹⁰⁾は、供用期間中における滑動量に関する指標として、上述の①期待滑動量の他に、②確率波（50年、500年等）に対する平均滑動量、③供用期間中の累積滑動量がある基準値を超える確率（基準滑動量に対する超過確率）を提案している。本研究で用いる指標は③基準滑動量に対する超過確率とし、以下、これを滑動量に関する破壊確率と定義する。

(2) 1波での滑動量計算法

1波での滑動量の計算は、次式に示すケーソンの滑動に関する運動方程式を、右辺が正の条件下において時間に関して2回積分することにより算定する。

$$\left(\frac{W}{g} + M_a\right) \frac{d^2x}{dt^2} = P_H - f(W' - P_U) \quad (17)$$

ここに、

- W : 堤体の空中重量 (kN/m)
- g : 重力加速度(m/s²)
- M_a : 付加質量 (=1.0855 $\rho_0 h^2$) (t/m)
- ρ_0 : 海水の密度(1.03t/m³)
- h' : ケーソン底面から静水面までの高さ(m)
- x : ケーソンの滑動量(m)
- P_H : 堤体に作用する水平波力(kN/m)
- W' : 堤体の水中重量(kN/m)
- P_U : 堤体に作用する揚圧力(kN/m)
- f : 堤体底面と基礎との摩擦係数

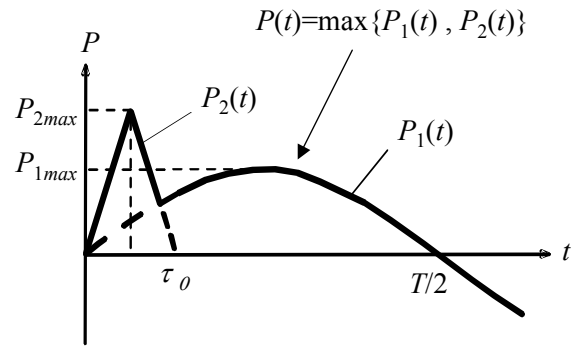


図-2 波力の時系列モデル

水平波力および揚圧力の従う波力の時系列モデルとしては、式(18)～式(21)に示す谷本ら¹¹⁾が提案している三角形パルスに正弦波形を組み合わせた波形モデルを用いている。波形モデルの模式図を図-2に示す。この波力の時系列モデルは、衝撃波力および碎波波力成分を表す三角形パルス($P_2(t)$)と重複波力成分を表す正弦波形($P_1(t)$)を重ね合わせた波形であり、実際の波力波形に近い形となっている。

$$P(t) = \max \{P_1(t), P_2(t)\} \quad (18)$$

$$P_1(t) = \gamma_P P_{1max} \sin \frac{2\pi t}{T} \quad (19)$$

$$P_2(t) = \begin{cases} \frac{2t}{\tau_0} P_{2max} & : 0 \leq t \leq \frac{\tau_0}{2} \\ 2 \left(1 - \frac{t}{\tau_0}\right) P_{2max} & : \frac{\tau_0}{2} \leq t \leq \tau_0 \\ 0 & : t \geq \tau_0 \end{cases} \quad (20)$$

$$\gamma_P = 1 - \frac{\pi}{P_{1max} T} \int_{t_1}^{t_2} \left(P_2(t) - P_{1max} \sin \frac{2\pi t}{T} \right) dt \quad (21)$$

: $P_2(t) - P_{1max} \sin \frac{2\pi t}{T} \geq 0$

ここに、

- t : 時間(s)
- P_{1max} : 合田式¹²⁾において重複波圧係数 α_1 のみを考慮したときの水平波力または揚圧力(kN/m)

P_{2max} : 合田式において高橋ら¹³⁾による波圧係数 α^* (衝撃波圧係数 α_1 と砕波圧係数 α_2 の大きい方の値) を考慮したときの水平波力または揚圧力 (kN/m)

$\max\{a, b\}$: a 又は b のいずれか大きい値

T : 波の周期(s)

τ_0 : 衝撃波力および砕波波力成分の作用時間(s)

γ_P : 三角形パルス波形により増加する波力の力積を、正弦波形による波力から減じるための係数

t_1, t_2 : 三角形パルス波形と正弦波形が交差する時間(s)

衝撃波力および砕波波力成分の作用時間を表す τ_0 の値は、波の周期や波力の大きさによって異なる。一般に、波高がある程度大きくなると波形の有限振幅性が顕著になり、正の波力の作用時間は周期の1/2よりも短くなる。また、波力が衝撃的になるにつれて作用時間はさらに短くなる。有限振幅性については、有限振幅重複波理論において水位が正となる時間 τ_{0F} を用いることで考慮し、これに衝撃的な影響を考慮する係数 k を乗じて補正している。

$$\tau_0 = k\tau_{0F} \quad (22)$$

ここに、 τ_{0F} の値は実用的な観点から式(23)で近似している。式(23)による近似値は理論値ではないが、実験結果との対比により、その精度が確認されている。

$$\tau_{0F} = \left(0.5 - \frac{H}{8h}\right)T \quad (23)$$

また、 k については、模型実験における実測波形などをもとに、次式で定めている。

$$k = \left(\frac{1}{(\alpha^*)^{0.3} + 1}\right)^2 \quad (24)$$

摩擦係数 f については、厳密には静止摩擦係数と動摩擦係数を使い分ける必要があるが、両者の値を正確に把握することは困難である。また、実際の滑動現象においては、滑動量が非常に大きい場合以外は造波抵抗力の影響はきわめて小さい。したがって、簡単のため静止摩擦

係数と動摩擦係数の区別はせず、静止摩擦係数を用いている。

防波堤の滑動量に関するMCSにおいて考慮する確率変数は表-1に示すとおりである。ここで、現在広く用いられているプログラムにおいては、個別波高を考慮するためのレーリー分布の計算において2種類の乱数を用いて処理を行っているが、レーリー分布は確率分布関数の逆演算を解析的に行うことが可能であるため、本来1つの一様乱数のみが必要である。このため本研究では個別波高については1つの乱数列を適用している。その他の確率変数については現在広く用いられているプログラムの扱いに準じており、表に示したように12次元の問題として扱っている。なお、正規分布以外の極値分布とレーリー分布は、解析的に確率分布関数の逆演算を行うことが可能である。

表中、No.1~7の確率変数は1年に1回のサンプリングとし、No.8~12の確率変数は1波ごとに1回のサンプリングとしている。これも現在広く用いられているプログラムの扱いに準じている。

表-1 考慮する確率変数

No.	確率変数	確率分布
1	沖波波高	極値分布 (ワイブ ^ル 分布など)
2	潮位	正規分布
3	鉄筋コンクリート単位体積重量	正規分布
4	無筋コンクリート単位体積重量	正規分布
5	中詰砂単位体積重量	正規分布
6	摩擦係数	正規分布
7	沖波波高精度・波浪変形計算精度・砕波変形精度	正規分布
8	個別波高	レーリー分布
9	砕波モデル・上限値	正規分布
10	砕波モデル・下限値	正規分布
11	砕波モデル・上下限判別	一様分布
12	波力算定式精度	正規分布

表-2 検討ケースの設計条件

ケース No.	沖波				堤前波			潮位 (wl)	海底勾配 (s)	摩擦係数 (μ)	壁前面の水深(h)	ケーソン設置水深(h')	根固工水深(d)	マウンド'肩幅(BM)
	母分布関数	形状母数(k)	尺度母数(A)	位置母数(B)	有義波高(H1/3)	最高波高(Hmax)	有義波周期(T1/3)							
	-	-	-	-	m	m	s							
1	ワイブル	1.4	1.545	5.177	8.99	14.57	14.00	0.50	0.008	0.75	21.00	16.00	13.30	12.1
2	ワイブル	1.4	2.168	6.697	11.10	15.72	14.10	0.50	0.010	0.75	21.50	17.00	14.30	12.6
3	ワイブル	1.4	2.174	4.865	9.55	13.23	14.00	0.50	0.009	0.75	17.50	13.50	10.30	11.5
4	ワイブル	1.4	1.545	5.177	8.99	14.64	14.00	0.70	0.008	0.60	21.00	16.00	13.30	12.5
5	ワイブル	1	0.994	5.511	8.80	14.96	13.00	1.50	0.014	0.60	22.00	16.50	15.00	8.0
6	ワイブル	1.4	2.395	4.154	8.89	11.94	13.00	0.40	0.023	0.60	14.70	12.50	10.50	13.5
7	ワイブル	2	4.604	1.984	10.37	16.32	14.00	1.50	0.002	0.60	23.20	16.50	13.00	10.0
8	ワイブル	1	1.187	4.257	7.85	10.67	13.00	1.50	0.010	0.60	12.70	9.50	8.00	10.0
9	ワイブル	2	4.721	1.355	9.58	13.85	12.70	1.30	0.010	0.75	18.50	13.00	11.50	15.8
10	ワイブル	2	4.908	0.952	8.72	11.60	13.32	0.90	0.010	0.75	14.50	12.00	10.50	11.0
11	ワイブル	2	4.908	0.952	9.38	13.01	13.32	0.90	0.010	0.75	17.00	13.00	11.50	15.6
12	ワイブル	2	3.258	2.357	7.33	9.93	11.40	1.60	0.010	0.60	12.00	9.00	8.00	7.5
13	ワイブル	1	0.934	1.093	4.33	7.77	7.80	2.37	0.005	0.60	17.20	10.00	9.00	6.5
14	ワイブル	1.25	0.875	0.896	3.16	4.84	7.00	0.40	0.020	0.60	6.60	5.00	4.00	9.4
15	ワイブル	1.5	1.648	4.837	8.35	13.00	12.40	0.40	0.010	0.60	18.70	13.50	12.30	13.7
16	ワイブル	2	3.692	1.498	8.45	11.80	14.50	1.50	0.010	0.60	14.10	10.00	8.80	13.2
17	ワイブル	2	4.505	3.735	10.58	14.26	14.30	0.90	0.009	0.60	18.40	13.00	11.50	10.1
18	ワイブル	2	4.505	3.735	10.83	14.71	14.30	0.90	0.017	0.75	18.50	12.00	9.60	9.6

※水深は潮位を除く値。根固工水深は、根固工天端、マウンド被覆工天端のいずれか小さい方の値

4. 検討条件

検討対象には、全国の設計資料から設計条件の偏りがなないように抽出したケーソン式混成堤の建設事例18ケースを用いた。検討ケースの設計条件を表-2に示す。

確率変数のうち正規分布を仮定するものについては、平均値の偏り μ/X_k (平均値と特性値の比)と変動係数 V は長尾¹⁴⁾によってまとめられた値を用いた(表-3)。ここで、元の設計条件で設計潮位として既往最高潮位H.H.W.L.が用いられているケースについては、滑動量の算定においても設計潮位を用い、潮位は確定値として扱った。また、摩擦増大マットを用いているケースについては、摩擦係数の特性値を0.75とし、確率特性は表-3に示す値を用いた。なお、MCSではこの他に沖波波高および堤前の個別波高については、それぞれ沖波の極値分布形およびレーリー分布に従ってサンプリングされた乱数に従って設定している。

検討断面は旧基準の規定である滑動安全率1.2を満足する断面とした。また、MCSの試行回数は設計供用期間50年間に対して20万回とした。これは、既往の研究事例が数万回程度の試行としていることが多いため、それらと比較して十分に多い回数として設定した。

表-3 設計因子の従う確率特性¹⁴⁾

	μ/X_k	V
波力(水平波力, 揚圧力)		
沖波波高推定精度	1.00	0.10
波浪変形計算精度		
水深変化緩	0.97	0.04
水深変化急	1.06	0.08
碎波変形推定精度	0.87	0.10
潮位		
$r_{wl}=1.5$	1.00	0.20
$r_{wl}=2.0, 2.5$	1.00	0.40
摩擦係数	1.06	0.15
単位体積重量		
鉄筋コンクリート	0.98	0.02
無筋コンクリート	1.02	0.02
中詰砂	1.02	0.04

※) 水深変化緩/急: 海底勾配 1/30 未満/以上
 ※) r_{wl} : 既往最高潮位(H.H.W.L.)とさく望平均満潮位(H.W.L.)の比

滑動量に関する破壊確率を算定するための基準滑動量としては、下迫ら¹⁵⁾が提案する10cm, 30cm, 1mの3通りとした。以上の解析を、LCG, MT, LDSの3通りの乱数発生方法で実施し、各々の基準値に対する破壊確率を評価した。

5. 検討結果

各手法による破壊確率の収束状況をケース毎に図-3～図-20に示す。

破壊確率の収束状況はケース毎に違いが見られるが、大局的な傾向として、各手法とも試行回数が10万～15万回程度までは破壊確率が収束していないことがわかる。特に、ケース14の1mに対する破壊確率については20万回でも全く収束していないが、これは破壊確率が 1×10^{-4} 程度と非常に小さいことが原因であると考えられる。破壊確率が小さい場合に収束に必要な試行回数が増加することは2.で述べた通りである。

次に手法別の比較を行うと、LDS, MTと比較して、LCGでは何れの許容値に対しても破壊確率を低く評価している。

MTについては、LDSと比較して必ず低くなるという傾向は見られず、ケース毎に違いが見られる。例えば、ケース1では何れの許容値に対してもLDSによる破壊確率がMTよりも高いが、ケース4では逆の傾向を示している。共通している点は、MTとLDSの大小関係は検討ケースによる違いであり、許容値の違いによるのではないという点である。従って、MTとLDSの破壊確率の差には、海象条件の違いが影響しているものと考えられる。この点については後に検討する。

20万回の試行後の破壊確率を対象に、LCGおよびMTによる値をLDSによる値で除した比の頻度分布を図-21に示す。1ケースあたり3種類の破壊確率が評価されるため、合計で54個の破壊確率の比の頻度分布となっている。

LCGについては破壊確率の比の値は0.40～0.94の範囲にあり、平均的には0.77である。従って、設計実務においてこの方法によって断面を決定すると危険側の評価となるといえる。なお、LCGが危険側の評価になることについては、試行回数の問題ではないことの確認は別途行っている。すなわち、幾つかのケースについて、試行回数を50万回として破壊確率の評価を行った結果、50万回試行による破壊確率と20万回試行による破壊確率の差は数パーセント以下であることを確認している。

一方、MTについては破壊確率の比の値は0.86～1.10

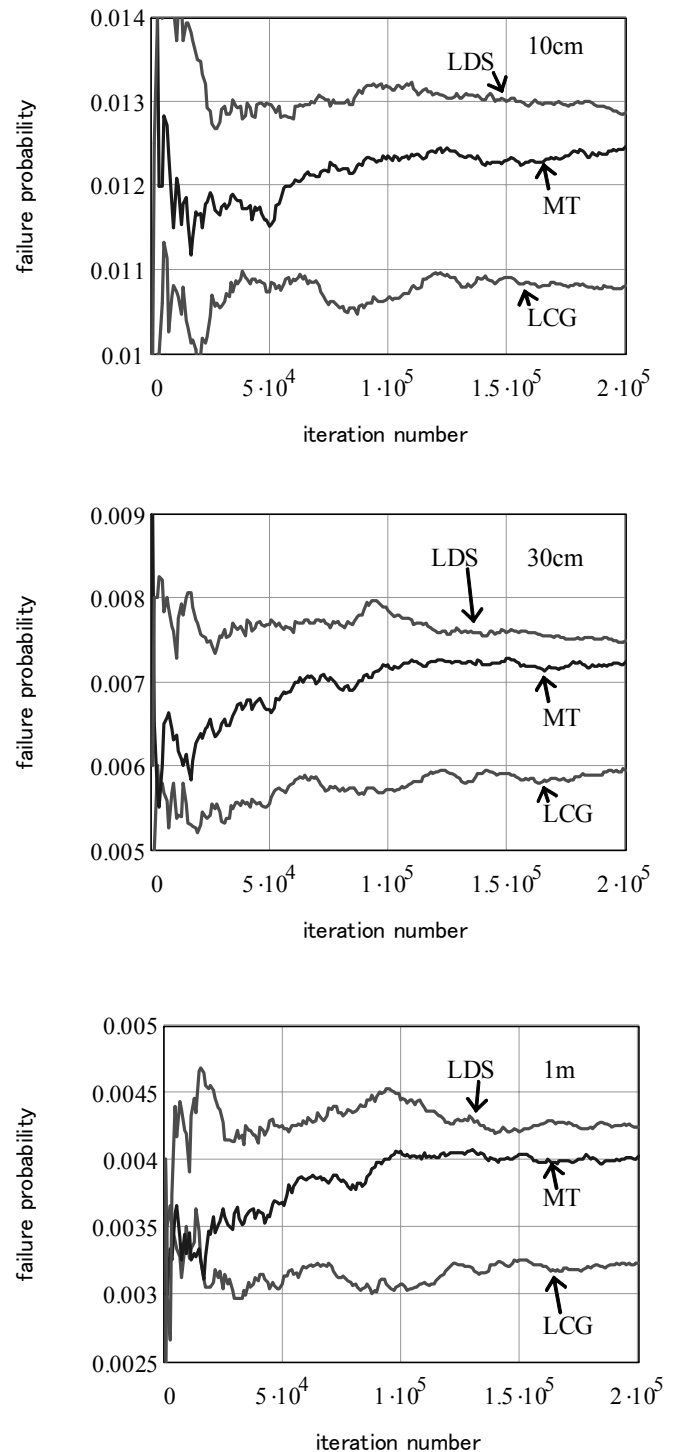


図-3 MCS 収束状況 (ケース1)

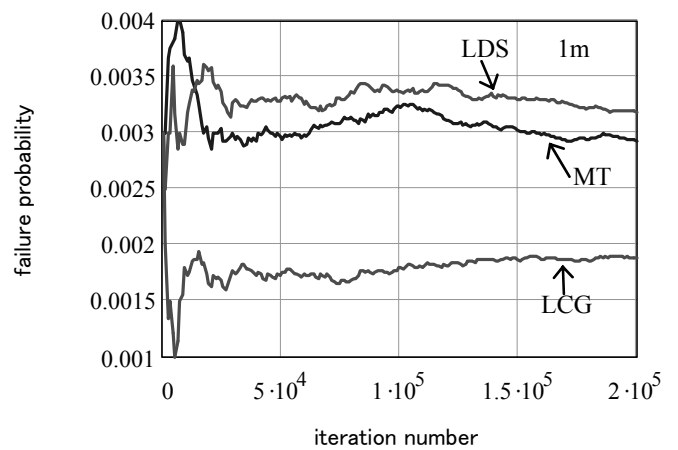
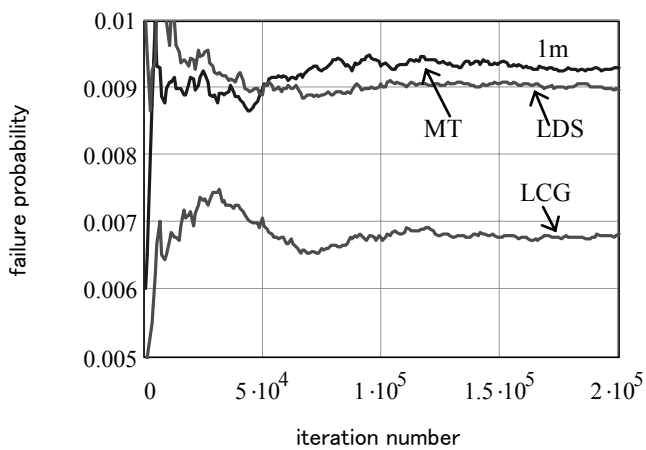
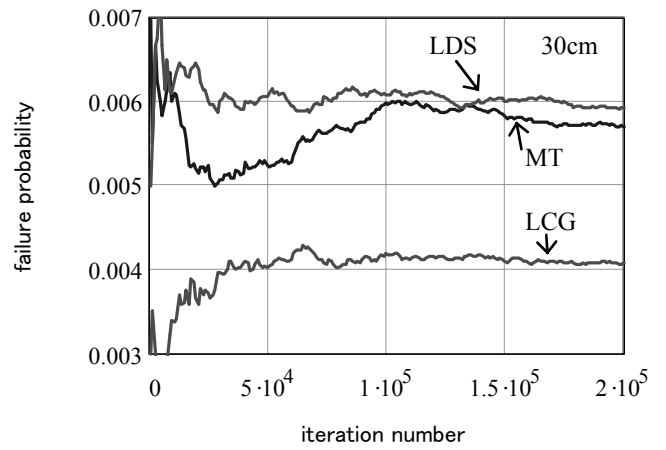
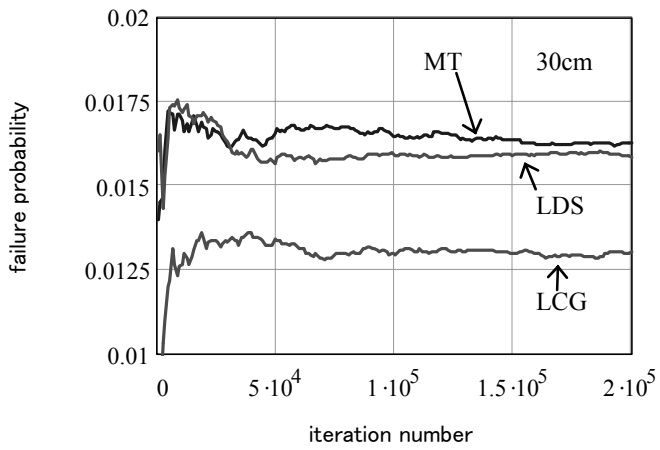
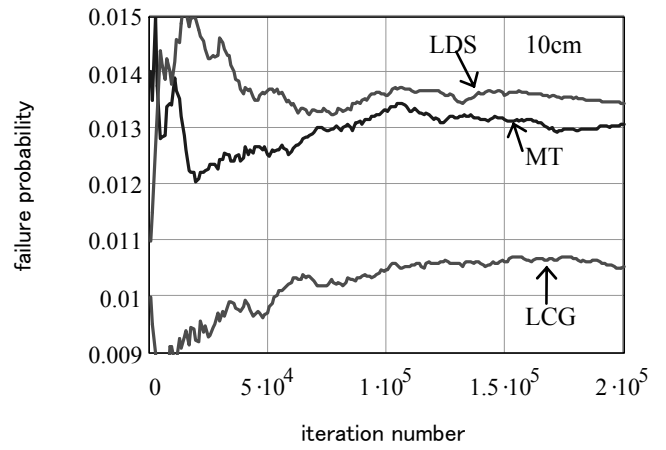
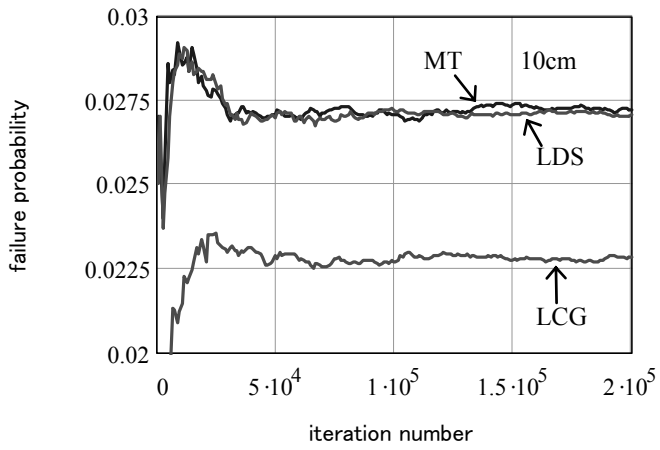


図-4 MCS収束状況 (ケース2)

図-5 MCS収束状況 (ケース3)

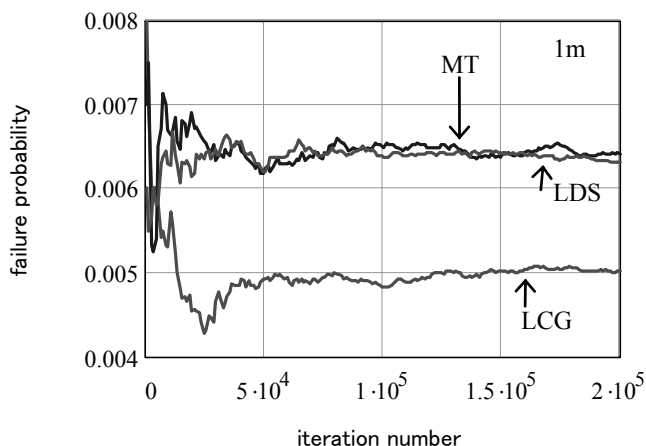
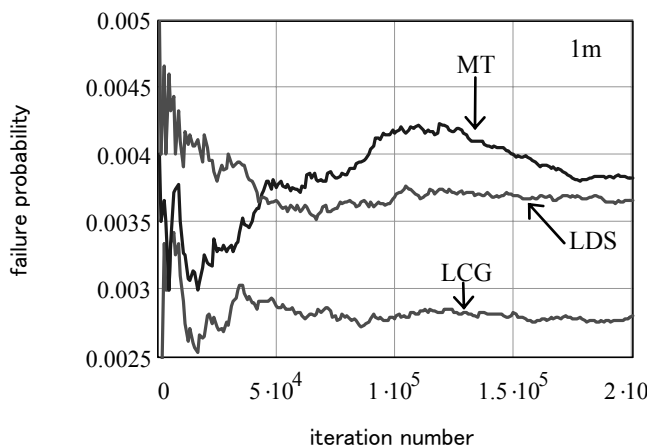
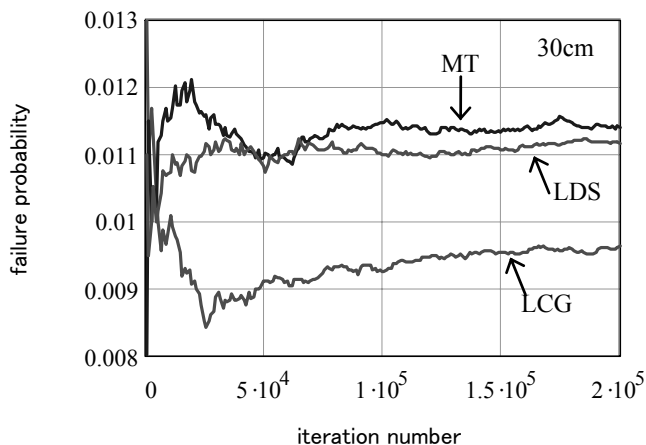
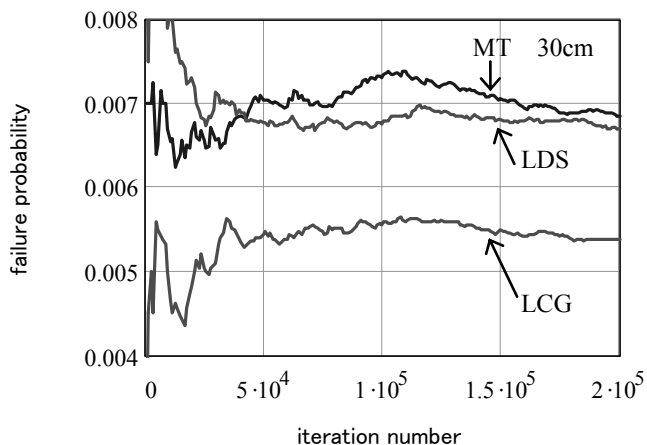
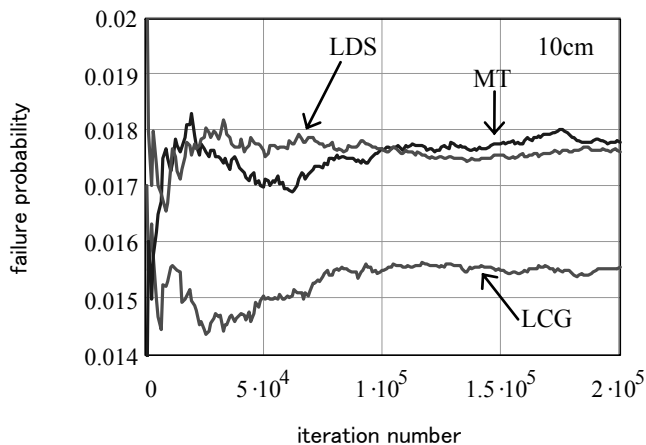
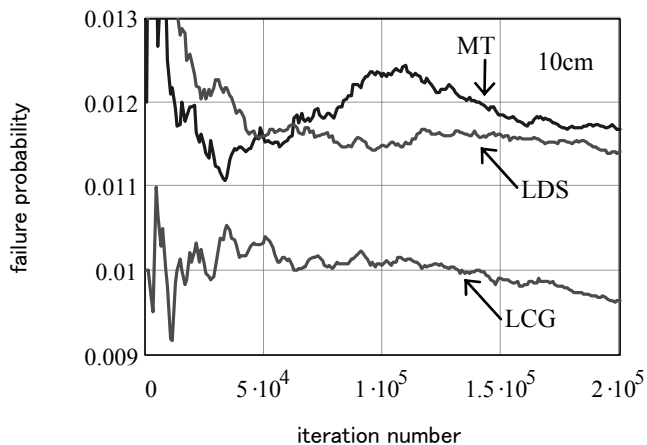


図-6 MCS 収束状況 (ケース 4)

図-7 MCS 収束状況 (ケース 5)

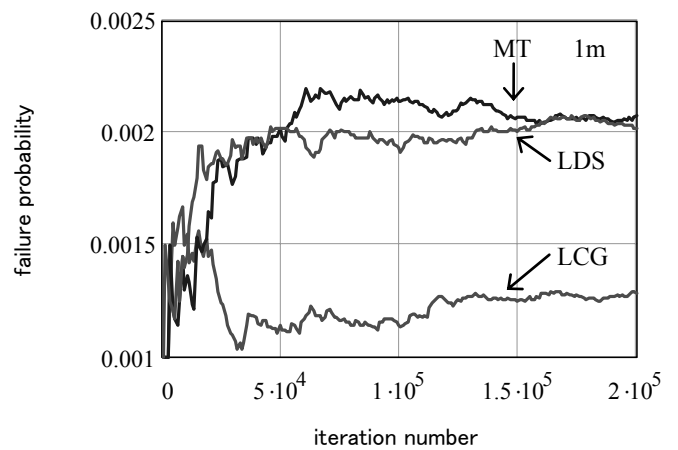
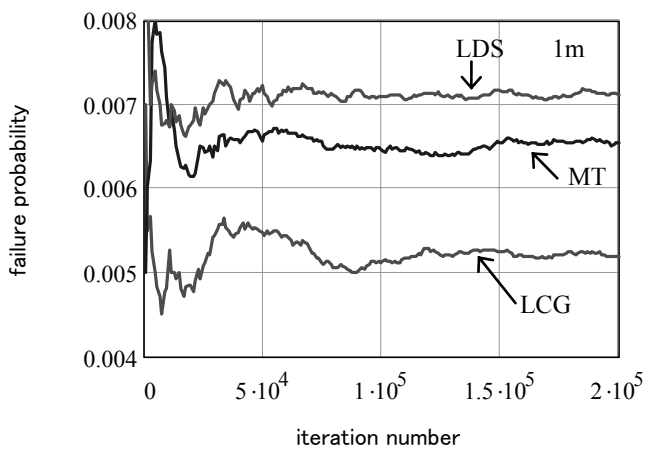
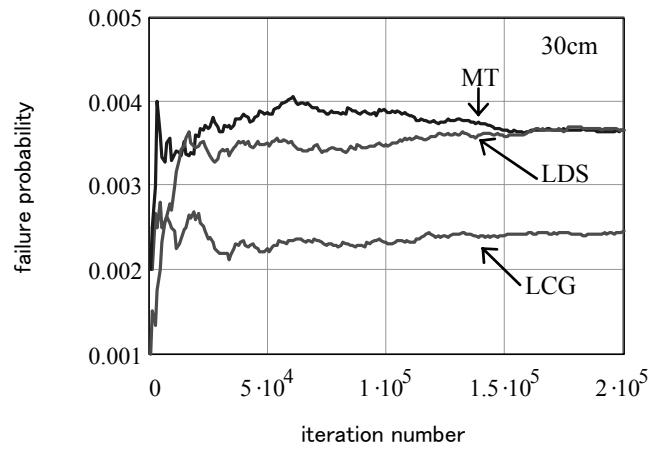
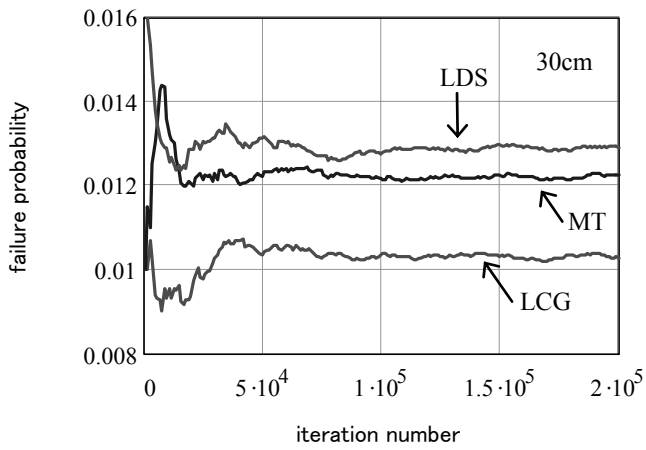
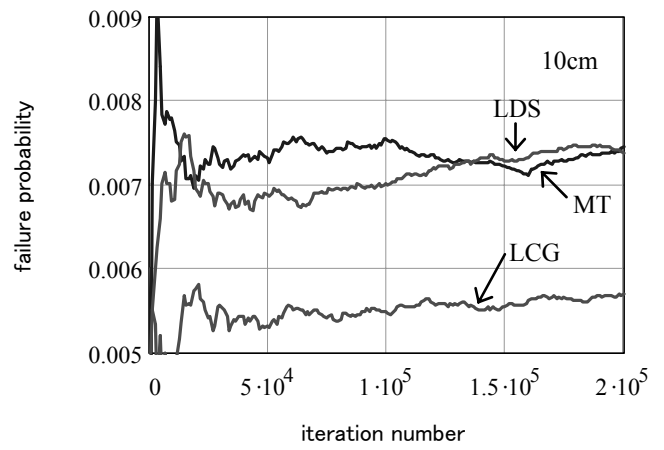
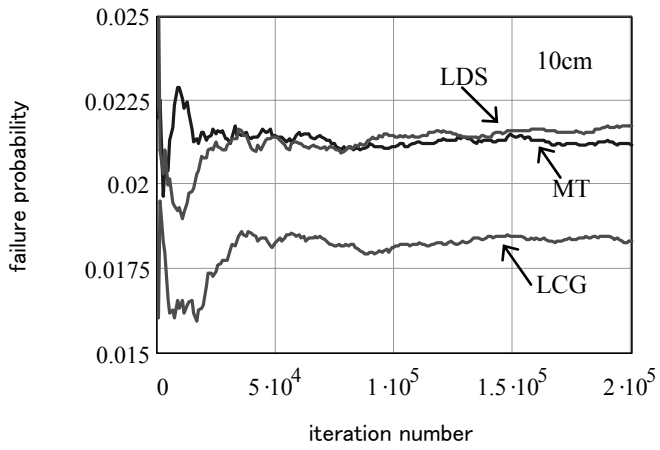


図-8 MCS 収束状況 (ケース 6)

図-9 MCS 収束状況 (ケース 7)

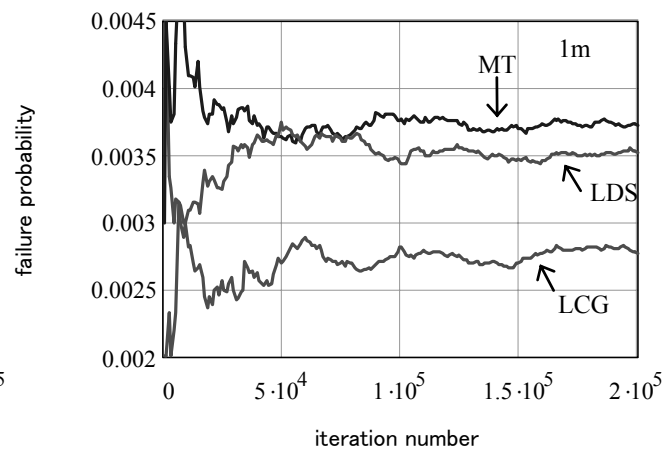
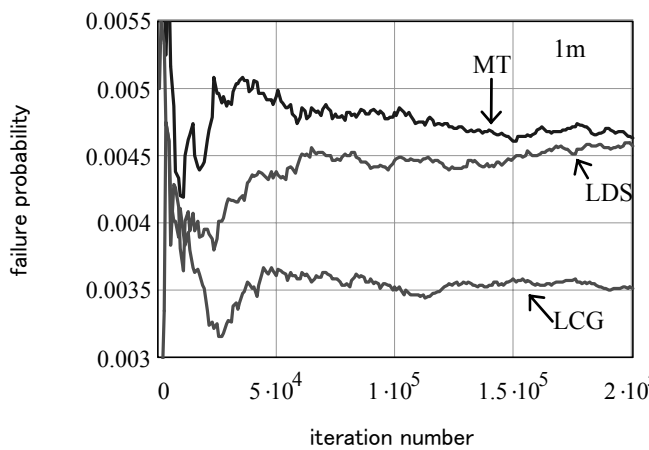
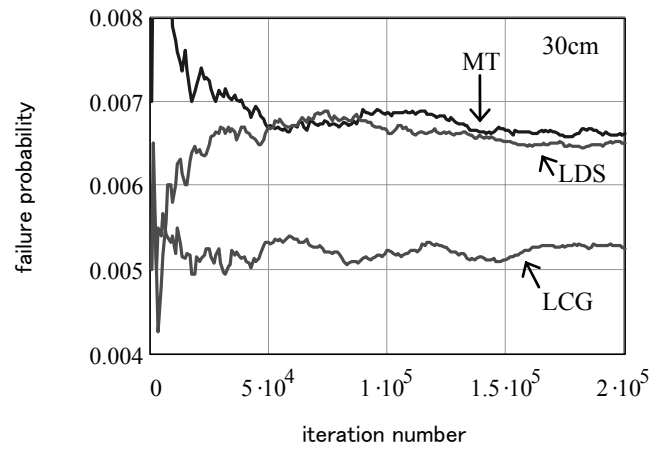
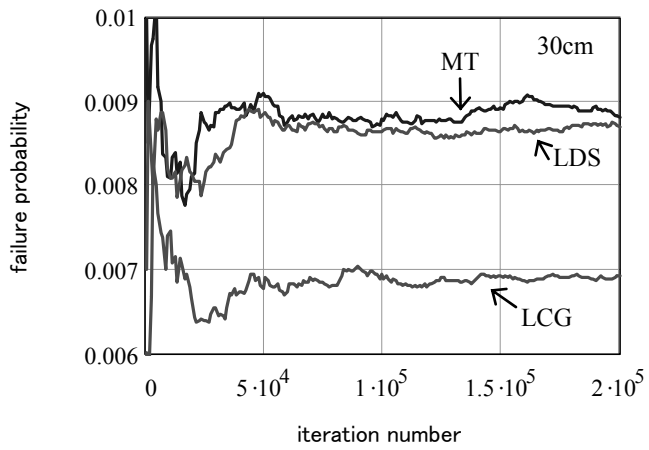
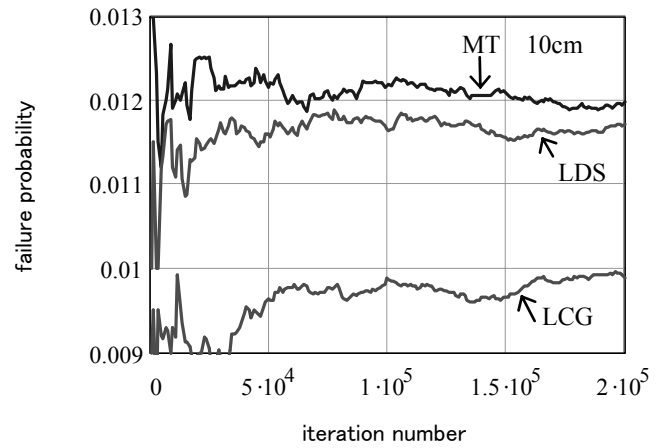
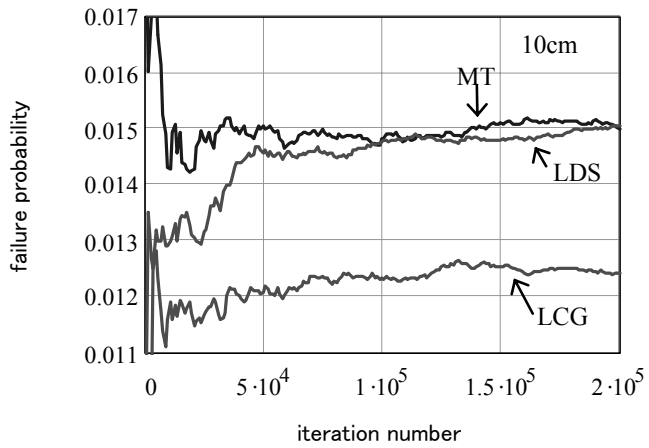


図-10 MCS 収束状況 (ケース 8)

図-11 MCS 収束状況 (ケース 9)

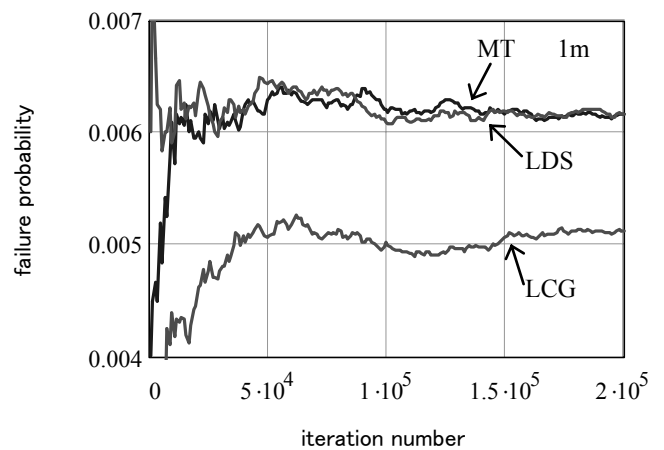
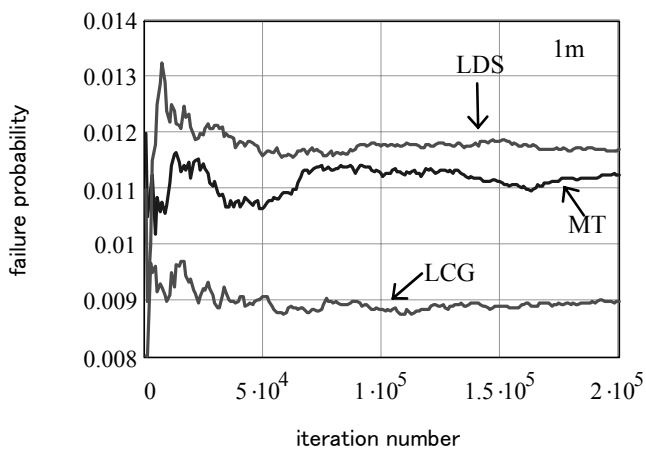
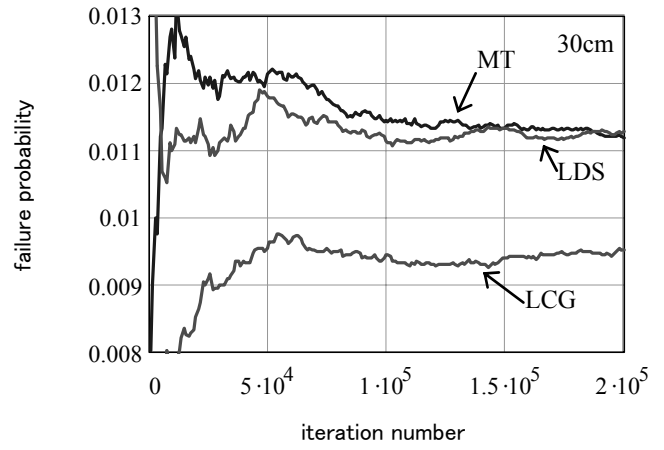
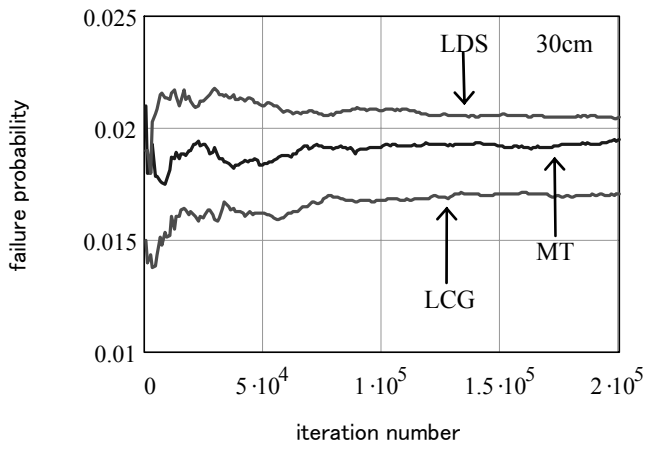
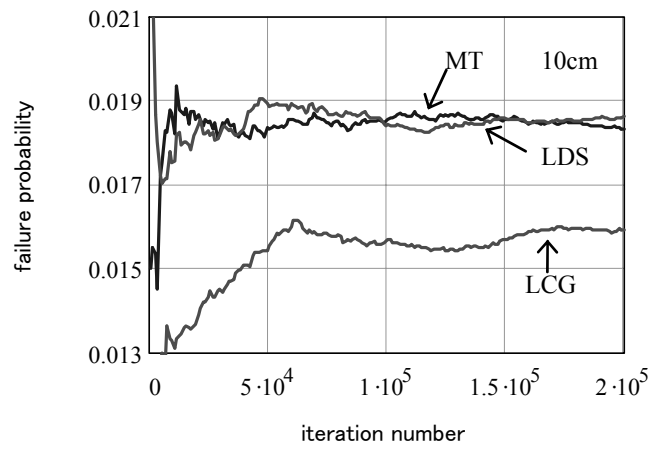
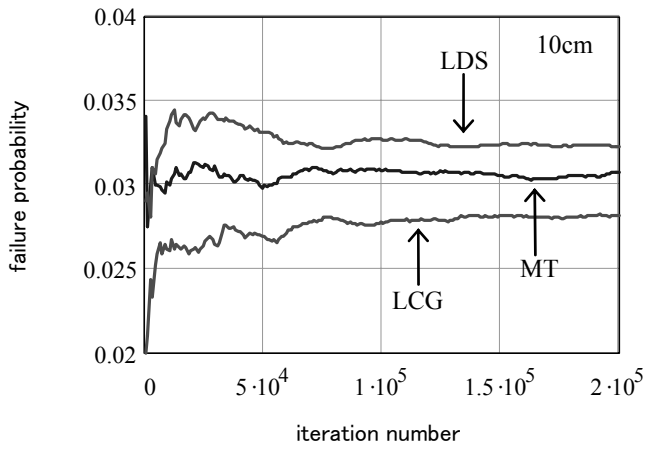


図-12 MCS収束状況 (ケース 10)

図-13 MCS収束状況 (ケース 11)

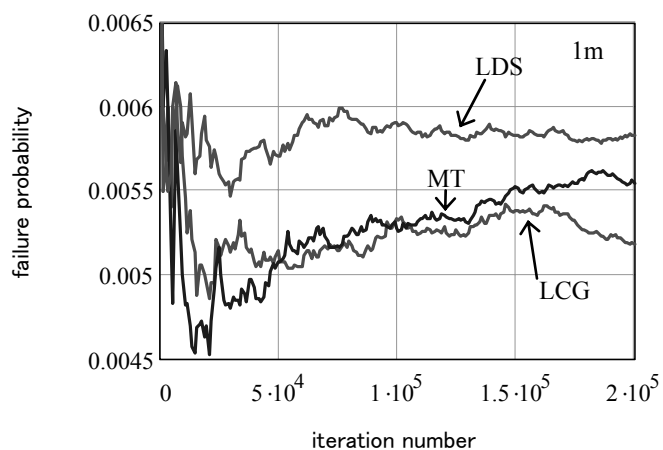
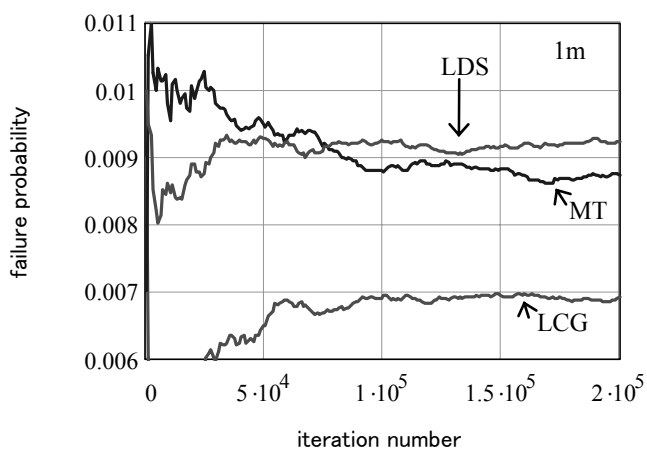
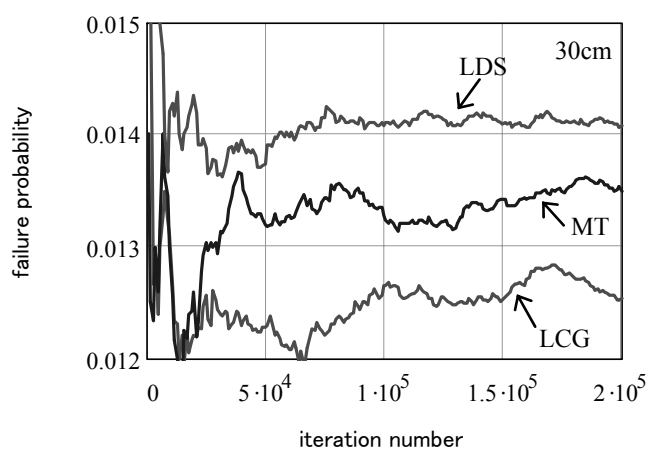
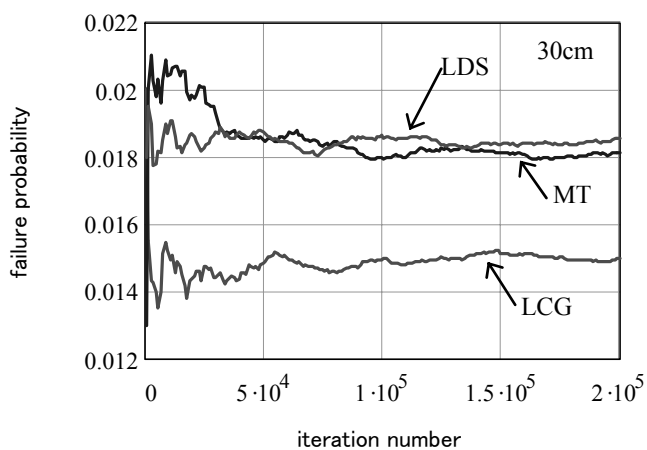
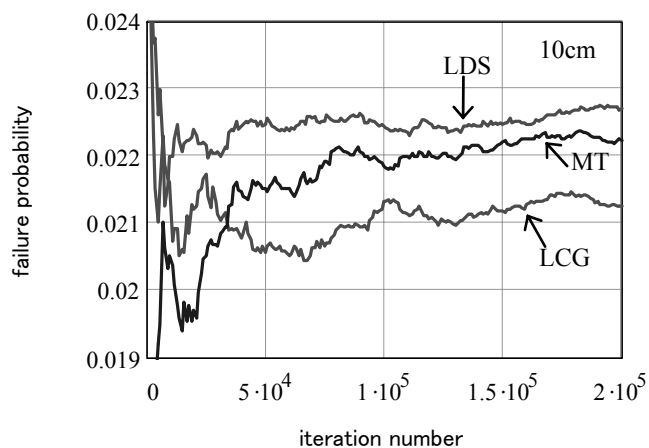
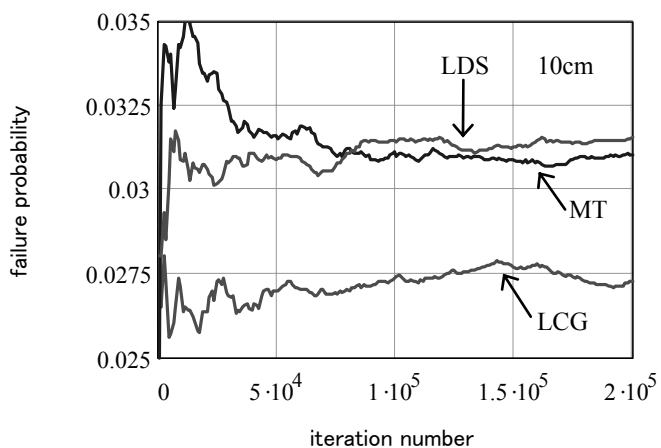


図-14 MCS 収束状況 (ケース 12)

図-15 MCS 収束状況 (ケース 13)

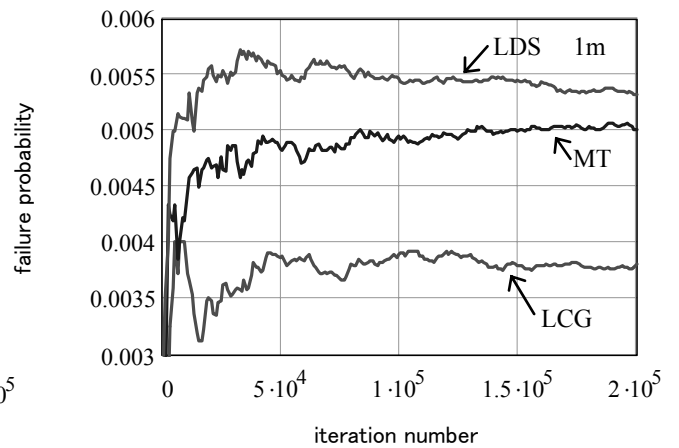
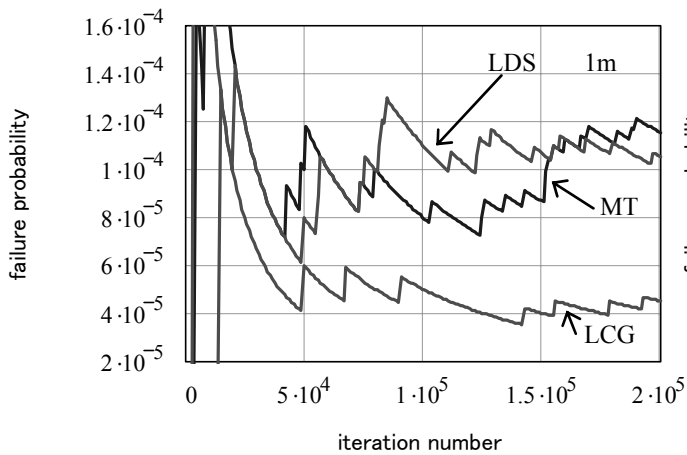
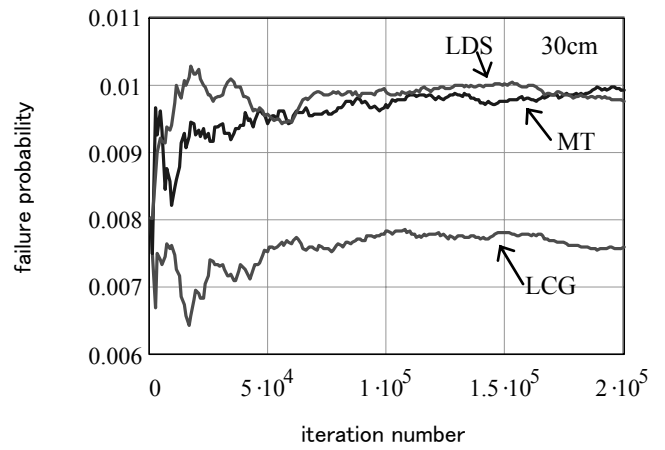
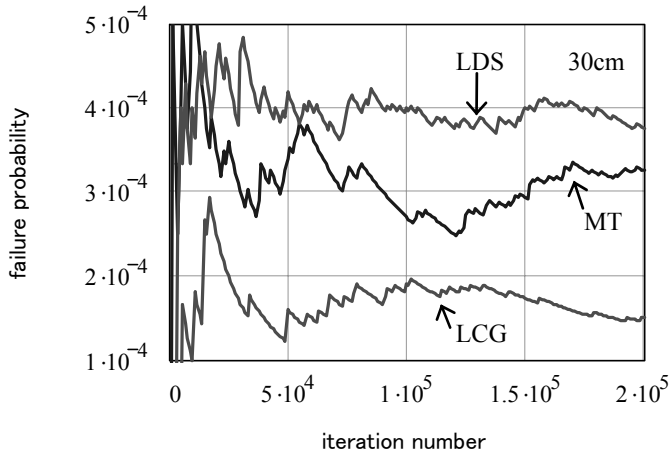
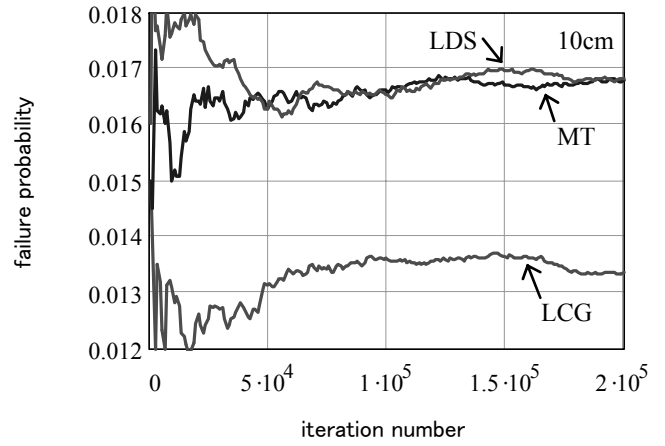
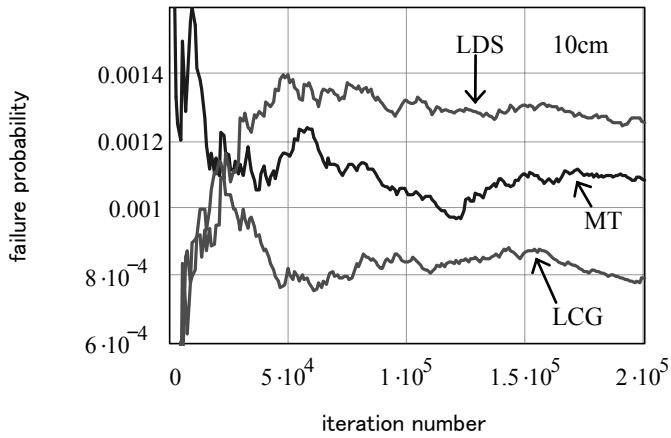


図-16 MCS収束状況 (ケース 14)

図-17 MCS収束状況 (ケース 15)

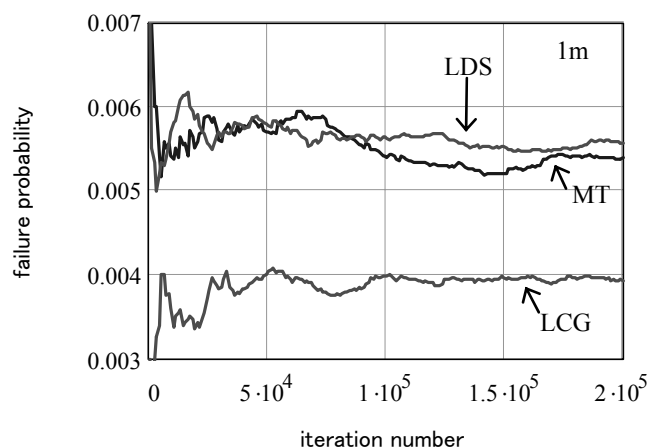
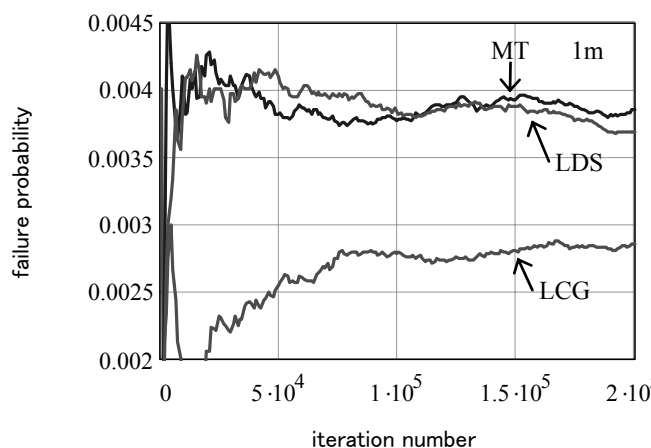
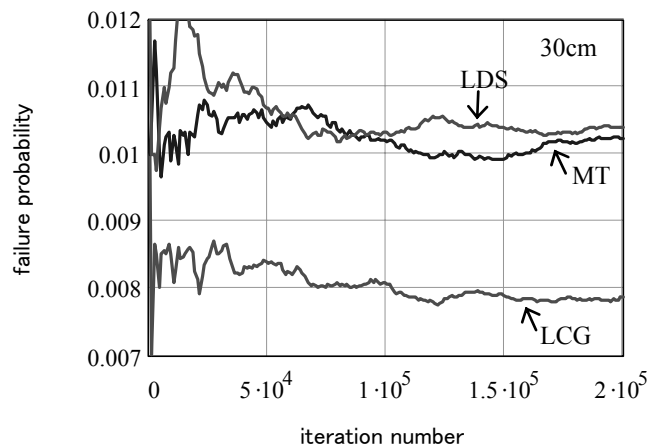
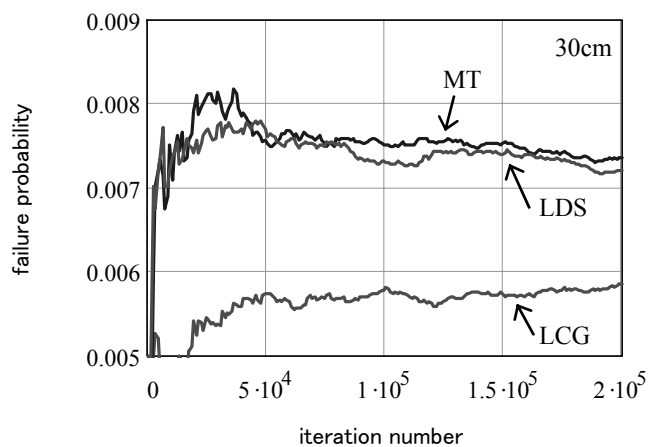
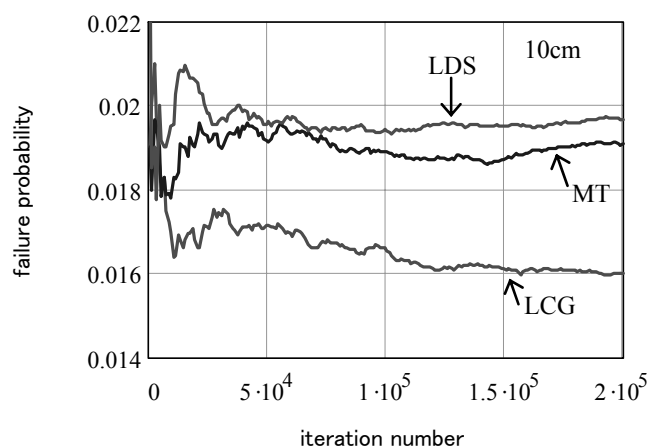
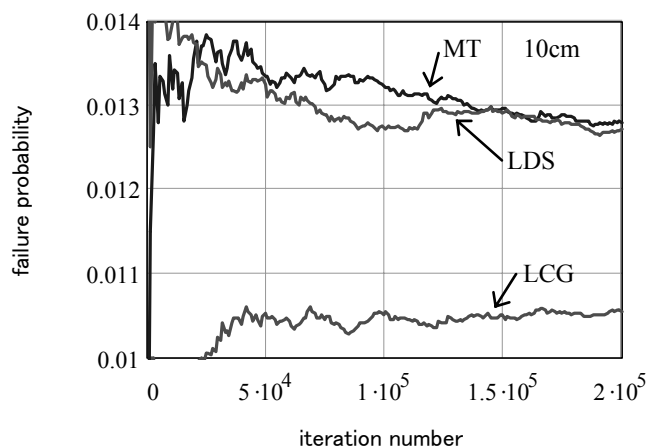


図-18 MCS 収束状況 (ケース 16)

図-19 MCS 収束状況 (ケース 17)

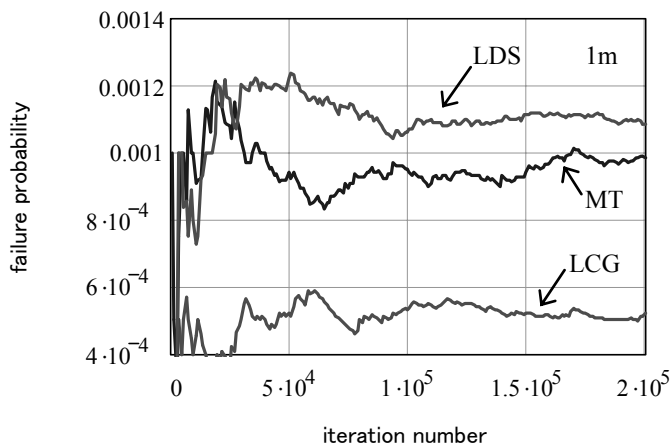
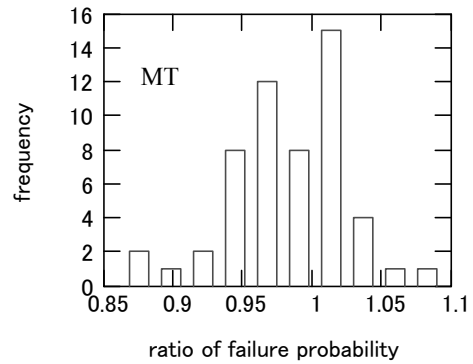
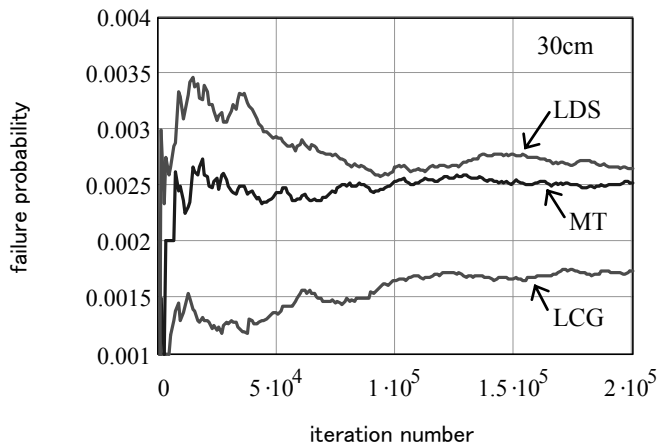
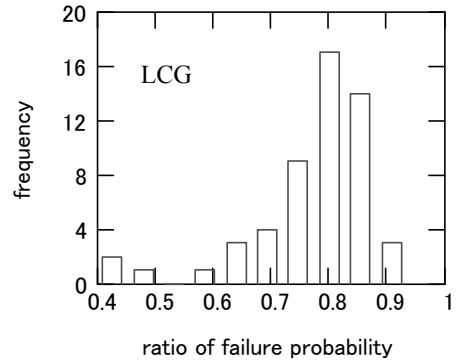
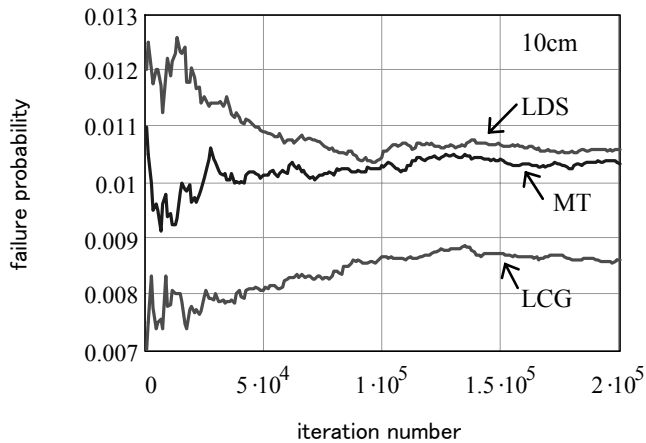


図-20 MCS 収束状況 (ケース 18)

図-21 破壊確率の比の頻度分布

の範囲にあり、平均的には 0.99 であり、概ね LDS と同程度の精度で破壊確率を評価できるものと考えられる。

図-22 に、20 万回の試行後の破壊確率を対象に、LCG および MT による値を LDS による値で除した比の散布図を示す。特に LCG の場合、破壊確率が小さいと過小評価の程度が強いことが分かる。MT については 1 つのデータを除くと同様の傾向であるといえる。ただし、これはケース 14 のプロットであり、このケースでは破壊確率の収束が見られないために、分析からは除外するのが適切と考えられる。

次に、LCG が危険側の評価となる理由について検討する。上述したように、この方法では正規乱数への変換方法として中心極限定理を用いているが、中心極限定理は確率分布の裾の再現性に問題がある可能性がある。このことを確認するため、摩擦係数を例に取り、各方法による 160 万回サンプリング時の分布の裾の部分の再現状況を理論値と併せて図-23 および表-4 に示す。

LDS では理論曲線と非常によく一致しているが、LCG

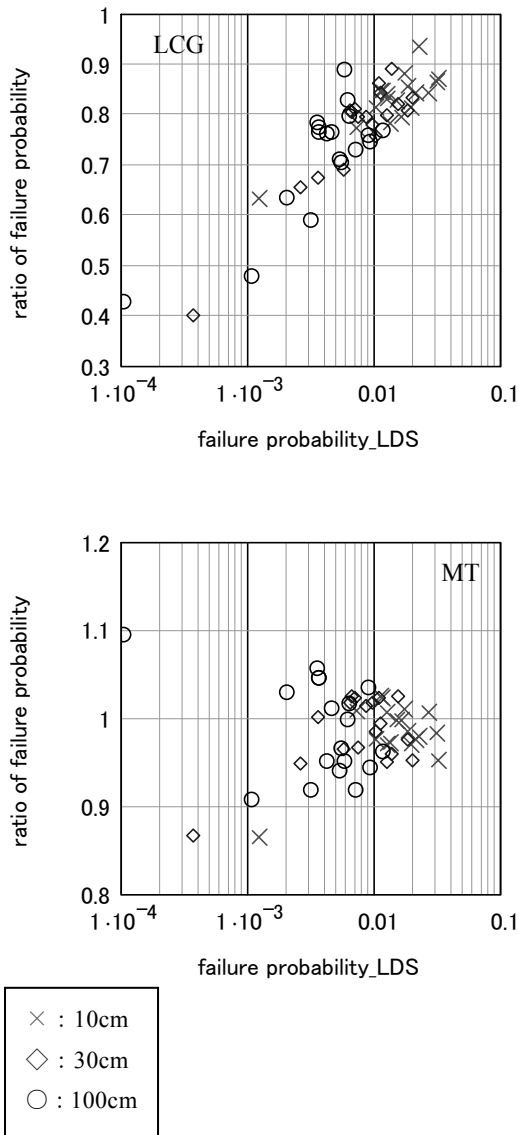


図-22 破壊確率の比の散布図

では理論曲線よりも再現される回数が非常に少なく、このため破壊確率を過小評価する。また、再現性の低さは超過確率が大きいほど（分布の下限側に向かうほど）大きい。LCGにおいて破壊確率が小さいほど破壊確率を過小評価する原因もこの点から理解できる。

MTは裾の再現性はLDSに比べ劣っているが、LDSと比較して必ずしも破壊確率を過小評価するわけではない。これは作用側のパラメータの波高が碎波の影響を受けるために裾部分の再現性の問題が軽減される場合があるためと考えられる。このことを確認するため、MTの破壊確率がLDSを上回っているケースのうち、ケース4を対象として碎波の条件を無視してMCSを実施した。結果を図-24に示す。裾の部分の再現性に優れるLDSの破壊確

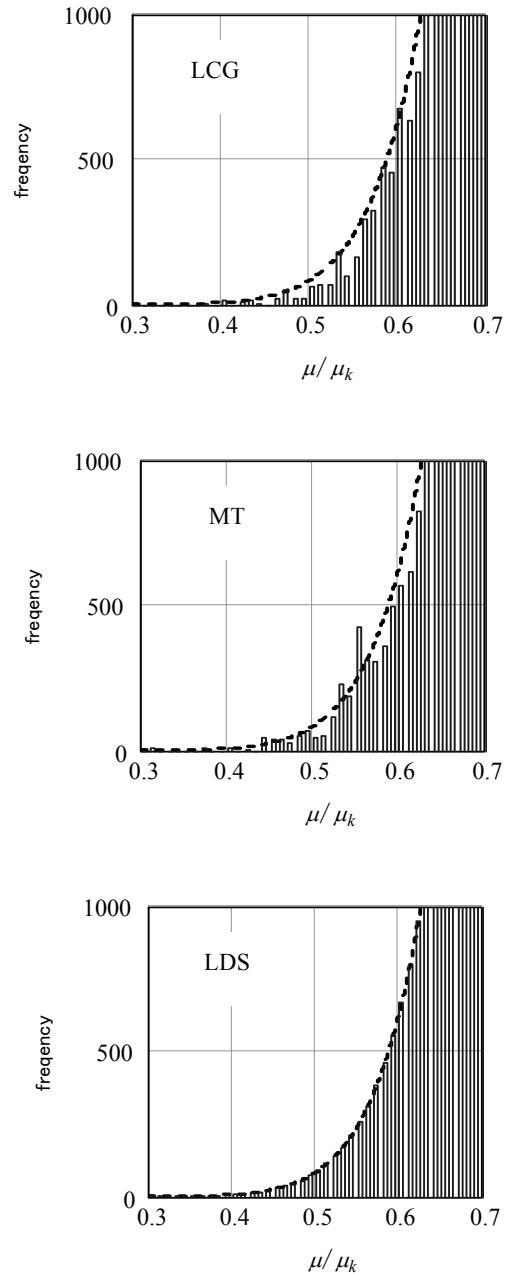


図-23 摩擦係数の再現状況
(サンプリング160万回、横軸は特性値で正規化)

表-4 摩擦係数の裾部分の再現の理論との比較(160万回)

	$\mu/\mu_k < 0.7$	$\mu/\mu_k < 0.6$	$\mu/\mu_k < 0.5$
理論値	1.885×10^4	3052	343
LCG	1.727×10^4	2340	147
MT	1.768×10^4	2821	292
LDS	1.885×10^4	3053	344

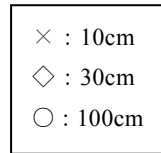
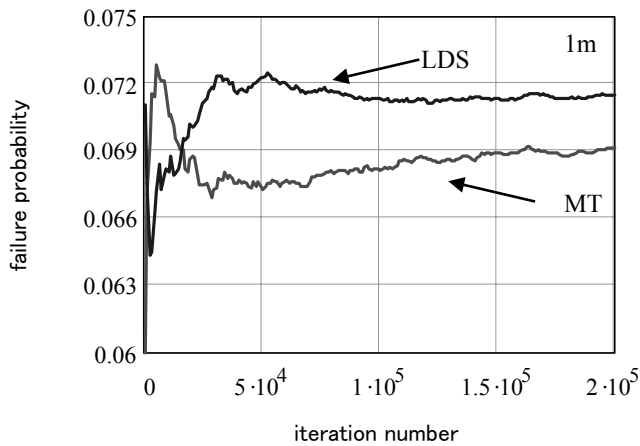
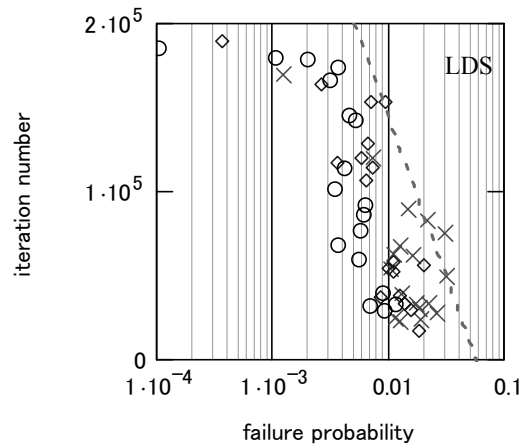
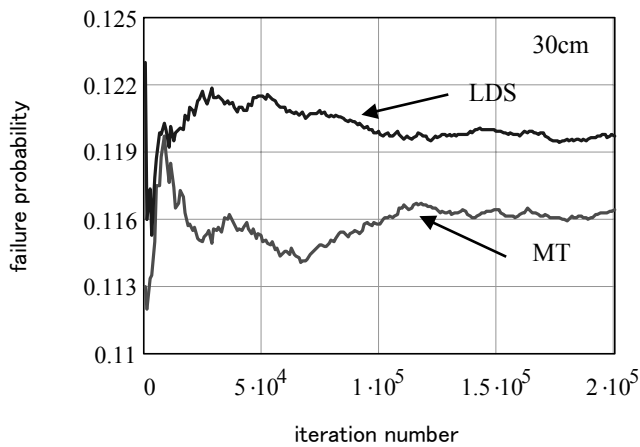
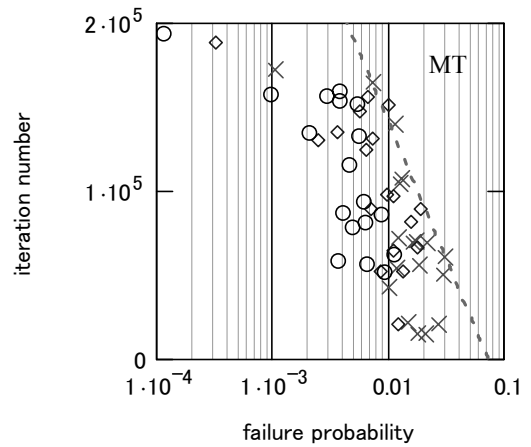
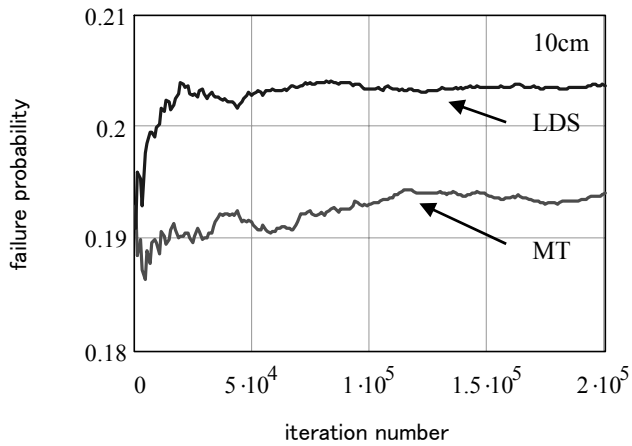


図-24 MCS 収束状況 (ケース 4, 砕波なし)

図-25 20 万回試行時の破壊確率に対して誤差 3%となる試行回数

率が MT を上回っている。これより、MT の破壊確率が LDS を上回るケースは砕波の影響を強く受けているケースであることがわかる。なお、この条件では砕波が生じないとして MCS を行っているため、波高は非常に大きい条件となっている。このため破壊確率の値自体は実際のものとは異なるものであることに注意しておく。

最後に、MCS による必要試行回数について検討する。20 万回試行による破壊確率と ±3% の誤差で破壊確率を評価するための試行回数を図-25 に示す。図に示した一点鎖線は、全データのほぼ上限を包絡するように設定したものである。破壊確率が小さいほど多くの試行回数が

必要となり、例えば破壊確率が 0.01 の場合、 1.5×10^5 回程度が目安となると考えられる。

6. まとめ

本研究では、防波堤の滑動量に関する破壊確率をMCSによって評価する場合の精度向上方法について検討した。本研究による結論は以下の通りである。

- ①現在広く用いられている線形合同法+中心極限定理によるMCSは他の方法と比較して破壊確率を低く評価する。特に破壊確率が小さいときの誤差は甚だしく大きい。このため、設計実務においてこの方法を適用することは適切ではない。
- ②線形合同法+中心極限定理による方法が危険側の評価となる理由は、確率分布の裾の部分の再現性に問題があるためである。
- ③破壊確率を精度良く評価するためには、数多くの試行回数が必要である。20万回試行による破壊確率と $\pm 3\%$ の誤差で破壊確率を評価するための参考図を提示した。

謝辞：本研究を行うにあたり、沖波の極値分布データは各地方整備局より提供して頂きました。(財)沿岸技術研究センター・森屋陽一氏にはMCSプログラムの内容についてご教示頂きました。また、検討に用いたプログラムは、(独)港湾空港技術研究所・下迫健一郎氏が作成されたものを改良しました。ここに深く感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 国土交通省港湾局監修, (社)日本港湾協会: 港湾の施設の技術上の基準・同解説, 2007.
- 2) 下迫健一郎, 高橋重雄: 期待滑動量を用いた混成防波堤直立部の信頼性設計法, 港湾技術研究所報告, Vol.37, No.3, pp.3-30, 1998.
- 3) Matsumoto, M. and Nishimura T.: Mersenne Twister: A 623-dimensionally equidistributed uniform pseudorandom number generator, ACM Transactions on Modeling and Computer Simulations, 8, pp.3-30, 1998.
- 4) Box, G. E. P. and Muller M. E.: A note on the generation of normal deviates, Ann. Math. Stat., 29, pp.610-611, 1958.
- 5) 田村 勉, 白川 浩: 一般化Faure列による準乱数とそのオプション評価への応用, ジャフイージャーナル, pp.95-115, 東洋経済新報社, 1999.
- 6) 大浦拓哉: ガンマ関数および誤差関数の初等関数近似とその最適化, 日本応用数理学会平成7年度年会, 1995.
- 7) Shooman, M. L.: Probabilistic reliability: an engineering approach, McGraw-Hill, New York, 1968.
- 8) Haldar, A. and Mahadevan, S.: Probability, Reliability and Statistical Methods in Engineering Design, 2nd edition, John Wiley & Sons, Inc., 2000.
- 9) 合田良実: 浅海域における波浪の碎波変形, 港湾技術研究所報告, Vol.14, No.3, pp.59-106, 1975.
- 10) 下迫健一郎, 多田清富: 混成堤の性能照査型設計法における滑動量の許容値設定に関する検討, 海岸工学論文集, 第50巻, pp.766-770, 2003.
- 11) 谷本勝利, 古川浩司, 中村廣昭: 混成堤直立部の滑動時の流体抵抗力と滑動量算定モデル, 海岸工学論文集, Vol.43, pp.846-850, 1996.
- 12) 合田良実: 防波堤の設計波圧に関する研究, 港湾技術研究所報告, Vol.12, No.3, pp.31-69, 1973.
- 13) 高橋重雄, 谷本勝利, 下迫健一郎, 細山田得三: 混成防波堤のマウンド形状による衝撃碎波力係数の提案, 海岸工学論文集, 第39巻, pp.676-680, 1992.
- 14) 長尾 毅: ケーソン式防波堤の外的安定に関する信頼性設計法の適用, 土木学会論文集, No.689, I -57, pp.173-182, 2001.
- 15) 下迫健一郎, 大寄菜々子, 中野史丈: 滑動量を要求性能に設定した混成堤の信頼性設計法, 港湾空港技術研究所報告, Vol.45, No.3, pp.3-23, 2006.

国土技術政策総合研究所資料

TECHNICAL NOTE of NILIM

No. 465

June 2008

編集・発行 ©国土技術政策総合研究所

本資料の転載・複写のお問い合わせは

〒239-0826 神奈川県横須賀市長瀬3-1-1
管理調整部企画調整課 電話:046-844-5019