

## 4. 解析手法

本業務で用いた解析プログラムは、UNIVERSE(Ver.5.1)<sup>2)</sup>である。

市販ソフトと比べ、UNIVERSE<sup>2)</sup>の特徴は、

- ①三次元ダム－貯水池－基礎岩盤の連成解析ができること
- ②半無限大地盤の影響を考慮できることである（三浦の粘性境界）。

ここで、これらの特徴の概要を述べる。

### 4.1 三次元ダム－貯水池－基礎岩盤連成解析

#### 4.1.1 連成解析の基本方程式

図 4-1 にダム－貯水池－基礎岩盤連成系のイメージ図を示す。この連成系の三次元動的解析の基本方程式は、式(4.1)～(4.3)に示すとおりである。

$$\begin{bmatrix} M_d & M_{df} \\ M_{fd} & M_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_d \\ \ddot{u}_f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_d & C_{df} \\ C_{fd} & C_f^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_d \\ \dot{u}_f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_d & K_{df} \\ K_{fd} & K_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_d \\ u_f \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_w \\ T_e + T_f \end{Bmatrix} \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{C_0^2 \partial t^2} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \quad (4.2)$$

$$[M_g] \ddot{u}_g + [C_g] \dot{u}_g + [K_g] u_g = \{T_b\} \quad (4.3)$$

式(4.1)は、ダムと基礎岩盤の運動方程式、式(4.3)は、自由地盤の運動方程式、式(4.2)は、貯水池の波動方程式である。 $M$ 、 $C$ 、 $K$ は、それぞれ質量マトリックス、減衰マトリックス、剛性マトリックスである。添字 $d$ 、 $df$ ( $fd$ )、 $f$ 、 $g$ は、それぞれダム、ダムと基礎岩盤との連結部、基礎岩盤、自由地盤を意味する。 $u$ 、 $\dot{u}$ 、 $\ddot{u}$ は、変位ベクトル、速度ベクトル、加速度ベクトルを表す。 $F_w$ は、貯水の動水圧荷重であり、 $T_e$ と $T_f$ は、それぞれ基礎岩盤の底面に作用する地震荷重と自由地盤の運動により基礎岩盤の側面に与えられる力である。 $T_b$ は、自由地盤底面に作用する地震荷重である。 $\Phi$ は、貯水粒子運動速度ポテンシャル関数である。 $x$ 、 $y$ 、 $z$ は、デカルト座標であり、 $t$ は時間である。 $C_0$ は、水中音速（ $\div 1440$  m/s）である。 $C_f^*$ は、粘性境界の成分を含み、基礎岩盤の減衰マトリックス $C_f$ と粘性境界マトリックス $C_b$ との和（ $C_f^* = C_f + C_b$ ）である。ここで導入している粘性境界マトリックス $C_b$ は、仮想仕事の原理に基づいて導かれたもの<sup>1)</sup>で、従来の粘性境界マトリックス<sup>6)</sup>よりエネルギー吸収能が格段に向上している。

数値計算上では、式(4.1)および式(4.3)は、有限要素法により定式化され、式(4.2)は有限差分法により離散化される。地震荷重を時間刻みで離散化し、各時間ステップにおいて、右辺の $T_e$ および $T_b$ を計算する。与えられた荷重に対して、時間領域の直接積分法により連立方程式の解が求められる。

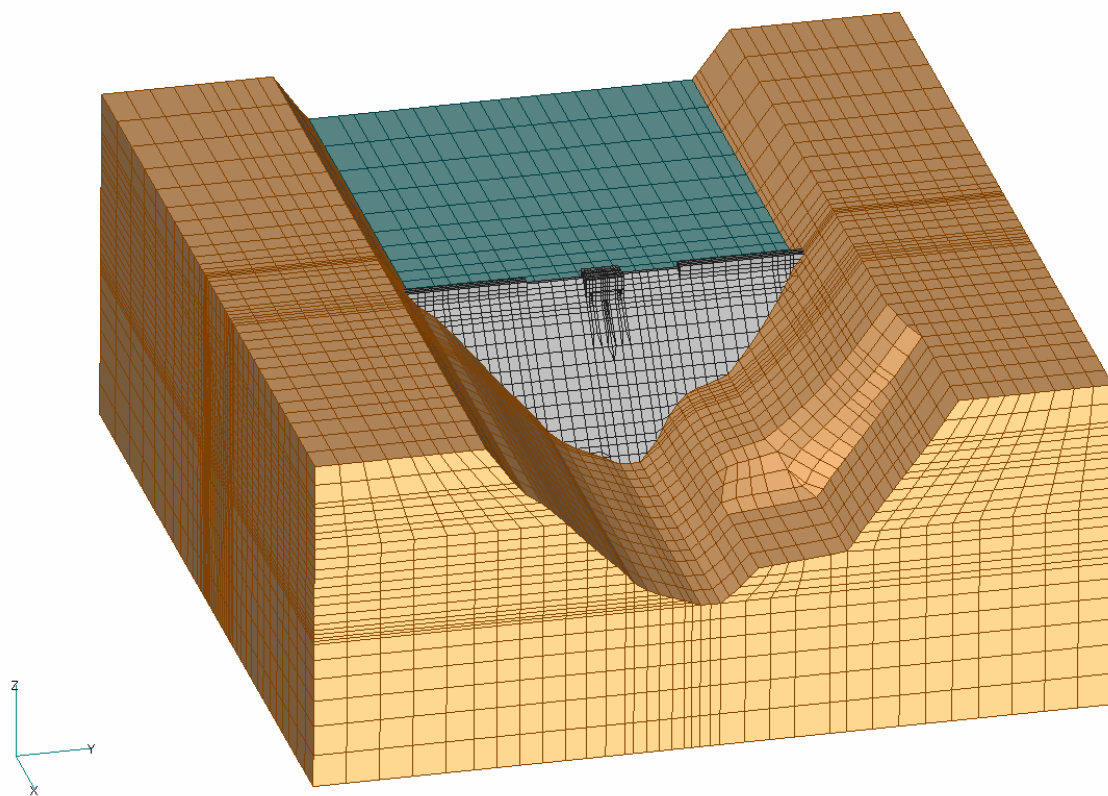


図 4-1 ダム—貯水池—基礎岩盤連成系のイメージ図

#### 4.1.2 連成条件

ダムと貯水池の連成条件は、式(4.4)により表わされる。

$$\begin{cases} \frac{\partial \Phi}{\partial n} = V_d \\ F_w = P_w \end{cases} \quad (4.4)$$

すなわち、ダムと貯水池の連続面において、水粒子の運動速度  $\partial\Phi/\partial n$  はダムの運動速度と等値であり、この連続面での動水圧  $P_w$  はダムの外荷重と見なされる。

ダムと基礎岩盤との連成については、式(4.1)によって相互作用が考慮される。

#### 4.1.3 境界条件

ダム-貯水池-基礎岩盤連成系に対して、境界は貯水池の底面、上流端、自由表面、基礎岩盤の側方および底面である。そのうち、基礎岩盤の側方境界および底面境界について、解析手法の説明については、4.2節に述べるものとし、ここでは、貯水池の境界条件について述べる。

##### (1) 貯水池の底面（兩岸の斜面を含む）

貯水池底面では式(4.5)で示す部分吸収条件を用いる。

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} - C_0 \beta_b \frac{\partial \Phi}{\partial n_r} = 0 \quad (4.5)$$

ここに、 $n_r$  は、境界面の法線方向を意味する。 $C_0$  は、水中音速（ $\approx 1440$  m/s）である。 $\beta_b$  は、境界内外の媒体の波動インピーダンス比であり、次式で定義されている。

$$\beta = \frac{V_{pb} \cdot \rho_b}{C_0 \cdot \rho_w}$$

なお、 $V_{pb}$  と  $\rho_b$  は貯水池底面の堆積物の P 波速度と密度であり、 $\rho_w$  は貯水の密度である。 $\beta_b = 1$  であれば完全吸収条件となる。

##### (2) 貯水池の上流端

上流端では、境界の内側と外側がともに水であることから（ $\beta_b = 1$ ），式(4.5)を貯水池の上流端に適用すると、式(4.6)に示す粘性境界条件が得られる。

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -C_0 \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad (4.6)$$

ここに、軸  $x$  が貯水池の上流方向に向いていることを仮定している。水の波動エネルギーが貯水池上流端では完全に吸収されることで、半無限長貯水池での波の伝播を模擬する。

### (3) 貯水池の自由表面

自由表面では式(4.7)に示す表面波条件を用いる。

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = -g \frac{\partial \Phi}{\partial z} \quad (4.7)$$

ここに、 $g$  は重力加速度であり、 $z$  は鉛直座標である

式(4.5)～式(4.7)を貯水池の境界面の節点に適用して、貯水池の内部節点に適用する式(4.2)と合わせて、貯水池の全体の挙動を解くことができる。

## 4.2 粘性境界の解析手法

地震時、基礎岩盤内部から半無限大地盤へのエネルギーの逸散、同時に半無限大地盤から基礎岩盤内部にエネルギーの流入を忠実に考慮しなければならない。このため、UNIVERSE<sup>2)</sup>では三浦の粘性境界<sup>1)</sup> (改良したもの)を用いている。

### 4.2.1 エネルギー逸散について

式(4.1)のサブマトリックス  $C_f^*$  は式(4.8)に示す構成である。

$$C_f^* = C_f + C_b \quad (4.8)$$

ここに、 $C_f$  は基礎岩盤の減衰マトリックスで、 $C_b$  は、いわゆる三浦の粘性境界マトリックスである (図 4-2 参照)。UNIVERSE<sup>2)</sup>では、基礎岩盤との相対位置によって、境界面を図 4-3 に示す符号で呼んでいる。そのマトリックスの内容について、

右側境界 (R) では、

$$[C]_R^e = \frac{\rho h d}{36} \begin{bmatrix} 4V_p & 0 & 0 & 2V_p & 0 & 0 & V_p & 0 & 0 & 2V_p & 0 & 0 \\ 0 & 4V_s & 0 & 0 & 2V_s & 0 & 0 & V_s & 0 & 0 & 2V_s & 0 \\ 0 & 0 & 4V_s & 0 & 0 & 2V_s & 0 & 0 & V_s & 0 & 0 & 2V_s \\ 2V_p & 0 & 0 & 4V_p & 0 & 0 & 2V_p & 0 & 0 & V_p & 0 & 0 \\ 0 & 2V_s & 0 & 0 & 4V_s & 0 & 0 & 2V_s & 0 & 0 & V_s & 0 \\ 0 & 0 & 2V_s & 0 & 0 & 4V_s & 0 & 0 & 2V_s & 0 & 0 & V_s \\ V_p & 0 & 0 & 2V_p & 0 & 0 & 4V_p & 0 & 0 & 2V_p & 0 & 0 \\ 0 & V_s & 0 & 0 & 2V_s & 0 & 0 & 4V_s & 0 & 0 & 2V_s & 0 \\ 0 & 0 & V_s & 0 & 0 & 2V_s & 0 & 0 & 4V_s & 0 & 0 & 2V_s \\ 2V_p & 0 & 0 & V_p & 0 & 0 & 2V_p & 0 & 0 & 4V_p & 0 & 0 \\ 0 & 2V_s & 0 & 0 & V_s & 0 & 0 & 2V_s & 0 & 0 & 4V_s & 0 \\ 0 & 0 & 2V_s & 0 & 0 & V_s & 0 & 0 & 2V_s & 0 & 0 & 4V_s \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

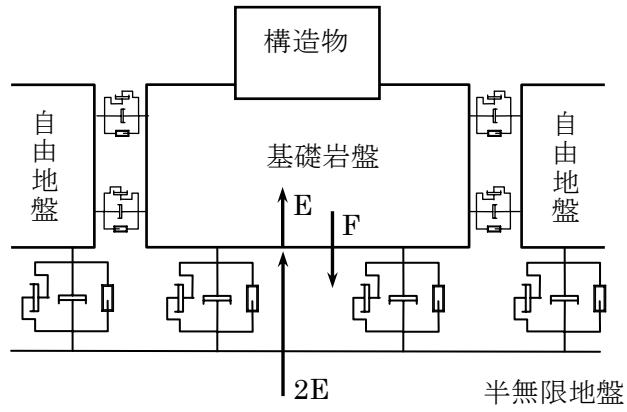


図 4-2 基礎岩盤と粘性境界 (断面イメージ図)

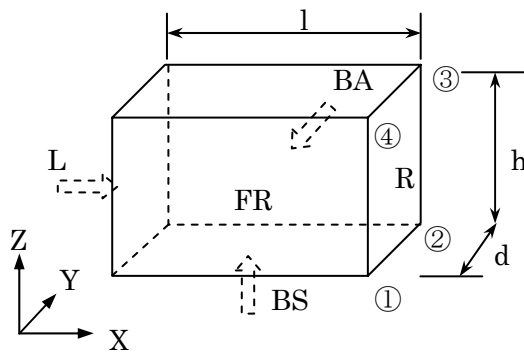


図 4-3 境界面の呼び方

ここに、 $\rho$  は地盤材料の密度であり、 $h$  と  $d$  は右側粘性境界メッシュの縦と横の寸法である。 $V_s$  と  $V_p$  は S 波と P 波の速度を示す。

左側境界 (L) では、位置関係により式(4.10)が成り立つ。

$$[C]_L^e = [C]_R^e \quad (4.10)$$

また、手前境界 (FR) では、

$$[C]_{FR}^e = \frac{\rho h}{36} \begin{bmatrix} 4V_s & 0 & 0 & 2V_s & 0 & 0 & V_s & 0 & 0 & 2V_s & 0 & 0 \\ 0 & 4V_p & 0 & 0 & 2V_p & 0 & 0 & V_p & 0 & 0 & 2V_p & 0 \\ 0 & 0 & 4V_s & 0 & 0 & 2V_s & 0 & 0 & V_s & 0 & 0 & 2V_s \\ 2V_s & 0 & 0 & 4V_s & 0 & 0 & 2V_s & 0 & 0 & V_s & 0 & 0 \\ 0 & 2V_p & 0 & 0 & 4V_p & 0 & 0 & 2V_p & 0 & 0 & V_p & 0 \\ 0 & 0 & 2V_s & 0 & 0 & 4V_s & 0 & 0 & 2V_s & 0 & 0 & V_s \\ V_s & 0 & 0 & 2V_s & 0 & 0 & 4V_s & 0 & 0 & 2V_s & 0 & 0 \\ 0 & V_p & 0 & 0 & 2V_p & 0 & 0 & 4V_p & 0 & 0 & 2V_p & 0 \\ 0 & 0 & V_s & 0 & 0 & 2V_s & 0 & 0 & 4V_s & 0 & 0 & 2V_s \\ 2V_s & 0 & 0 & V_s & 0 & 0 & 2V_s & 0 & 0 & 4V_s & 0 & 0 \\ 0 & 2V_p & 0 & 0 & V_p & 0 & 0 & 2V_p & 0 & 0 & 4V_p & 0 \\ 0 & 0 & 2V_s & 0 & 0 & V_s & 0 & 0 & 2V_s & 0 & 0 & 4V_s \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

ここに、 $h$  と  $l$  は手前側粘性境界メッシュの縦と横の寸法である。

同様に、奥側の粘性境界 (BA) では、式(4.12)の関係がある。

$$[C]_{BA}^e = [C]_{FR}^e \quad (4.12)$$

モデルの底面では、

$$[C]_{BS} = \frac{\rho d}{36} \begin{bmatrix} 4V_s & 0 & 0 & 2V_s & 0 & 0 & V_s & 0 & 0 & 2V_s & 0 & 0 \\ 0 & 4V_s & 0 & 0 & 2V_s & 0 & 0 & V_s & 0 & 0 & 2V_s & 0 \\ 0 & 0 & 4V_p & 0 & 0 & 2V_p & 0 & 0 & V_p & 0 & 0 & 2V_p \\ 2V_s & 0 & 0 & 4V_s & 0 & 0 & 2V_s & 0 & 0 & V_s & 0 & 0 \\ 0 & 2V_s & 0 & 0 & 4V_s & 0 & 0 & 2V_s & 0 & 0 & V_s & 0 \\ 0 & 0 & 2V_p & 0 & 0 & 4V_p & 0 & 0 & 2V_p & 0 & 0 & V_p \\ V_s & 0 & 0 & 2V_s & 0 & 0 & 4V_s & 0 & 0 & 2V_s & 0 & 0 \\ 0 & V_s & 0 & 0 & 2V_s & 0 & 0 & 4V_s & 0 & 0 & 2V_s & 0 \\ 0 & 0 & V_p & 0 & 0 & 2V_p & 0 & 0 & 4V_p & 0 & 0 & 2V_p \\ 2V_s & 0 & 0 & V_s & 0 & 0 & 2V_s & 0 & 0 & 4V_s & 0 & 0 \\ 0 & 2V_s & 0 & 0 & V_s & 0 & 0 & 2V_s & 0 & 0 & 4V_s & 0 \\ 0 & 0 & 2V_p & 0 & 0 & V_p & 0 & 0 & 2V_p & 0 & 0 & 4V_p \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

ここに、 $l$ と $d$ は底面粘性境界メッシュの縦と横の寸法である。

式(4.9)～式(4.13)は、要素毎のものであり、各境界面においてその面にあるすべての要素の減衰マトリックスを組合せることにより、それぞれの境界減衰マトリックスを構成することができる。

## 4.2.2 自由地盤の影響について

4.2.1 では、基礎岩盤から半無限大自由地盤へのエネルギーの逸散について、粘性境界の構成を述べたが、逆に、自由地盤の振動による基礎岩盤に与える影響を考慮する必要もある。具体的には、自由地盤の振動による基礎岩盤の境界面に与える力(式(4-1)の $T_f$ )を正確に評価しなければならない。ここでは、この力は図4-4の仮定に基づき、2種類に分けられ、一つは自由地盤の変位によるもの $\{f_d^f\}$ と、もう一つは自由地盤の速度によるもの $\{f_v^f\}$ である。すなわち、基礎岩盤の側方境界節点に次式に定義する力が作用している。

$$\{T_f\} = \{f_d^f\} + \{f_v^f\} \quad (4.14)$$

ここにベクトル $\{T_f\}$ は、図4-5に示す節点構成に対して次式に示すものとなる。

$$\{T_f\} = \{t_{x1}, t_{y1}, t_{z1}, t_{x2}, \dots, t_{x4}, t_{y4}, t_{z4}\}^T \quad (4.15)$$

図4-5に示す三方向の変位による側面境界に与えるべき力を次式で求めることができる。

$$\{f_d^f\}_i = [G]_i^e \{u^f\}^T \quad (i = R, L, FR, BA) \quad (4.16)$$

右側境界 R を例として、図4-5に示すように基礎岩盤が三次元的に変形した場合、接している自由地盤の節点の変位ベクトル $\{u^f\}$ を次のように定義する。

$$\{u^f\} = \{u_1, v_1, w_1, u_2, \dots, u_4, v_4, w_4\}^T \quad (4.17)$$

剛性マトリックス $[G]_R^e$ は式(4.18)により定義されている。

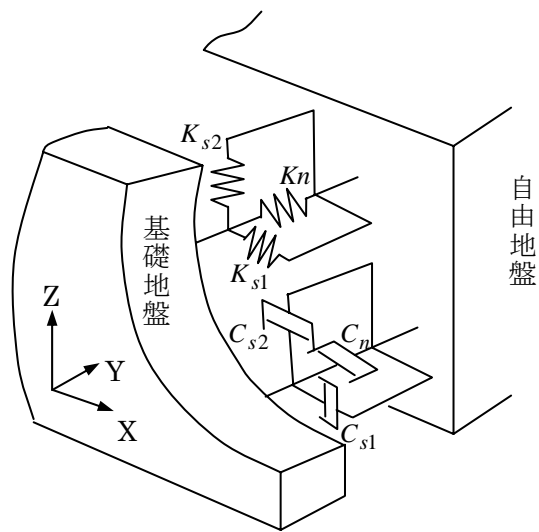


図 4-4 基礎岩盤と自由地盤の接合

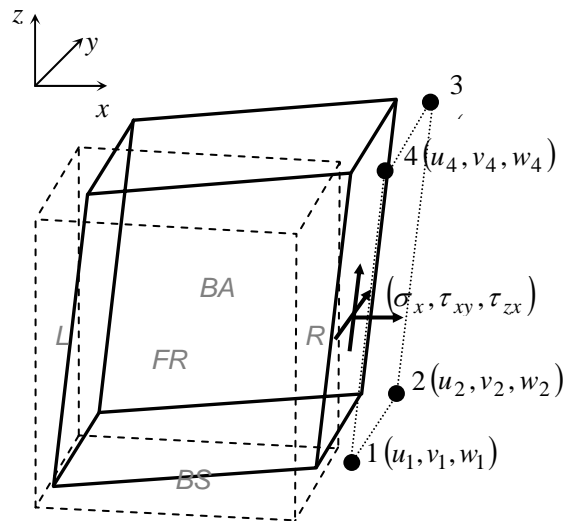


図 4-5 三次元地盤変形と境界面に与える力



$$[G]_R^e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\theta & 0 & 0 & -\theta & 0 & 0 & \theta & 0 & 0 & \theta \\ 0 & -\varphi & 0 & 0 & \varphi & 0 & 0 & \varphi & 0 & 0 & -\varphi & 0 \\ -\phi & 0 & 0 & -\phi & 0 & 0 & \phi & 0 & 0 & \phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\theta & 0 & 0 & -\theta & 0 & 0 & \theta & 0 & 0 & \theta \\ 0 & -\varphi & 0 & 0 & \varphi & 0 & 0 & \varphi & 0 & 0 & -\varphi & 0 \\ -\phi & 0 & 0 & -\phi & 0 & 0 & \phi & 0 & 0 & \phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\theta & 0 & 0 & -\theta & 0 & 0 & \theta & 0 & 0 & \theta \\ 0 & -\varphi & 0 & 0 & \varphi & 0 & 0 & \varphi & 0 & 0 & -\varphi & 0 \\ -\phi & 0 & 0 & -\phi & 0 & 0 & \phi & 0 & 0 & \phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\theta & 0 & 0 & -\theta & 0 & 0 & \theta & 0 & 0 & \theta \\ 0 & -\varphi & 0 & 0 & \varphi & 0 & 0 & \varphi & 0 & 0 & -\varphi & 0 \\ -\phi & 0 & 0 & -\phi & 0 & 0 & \phi & 0 & 0 & \phi & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

ここに,

$$\begin{cases} \phi = \frac{\mu \cdot d}{8} \\ \varphi = \frac{\mu \cdot h}{8} \\ \theta = \frac{\lambda \cdot d}{8} \end{cases} \quad (4.19)$$

なお,  $\mu$  はせん断弾性係数を示し,  $\lambda$  はラメの定数であり,  $\lambda = 2\mu\nu/(1-2\nu)$  により求める。

境界 **L** の境界剛性マトリックスについては, 境界 **R** との位置関係により次の式が成立する。

$$[G]_L^e = -[G]_R^e \quad (4.20)$$

同様にして, 境界 **FR** の剛性マトリックスは次式となる。

$$[G]_{FR}^e = \begin{bmatrix} \xi & 0 & 0 & -\xi & 0 & 0 & -\xi & 0 & 0 & \xi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \eta & 0 & 0 & \eta & 0 & 0 & -\eta & 0 & 0 & -\eta \\ 0 & \zeta & 0 & 0 & \zeta & 0 & 0 & -\zeta & 0 & 0 & -\zeta & 0 \\ \xi & 0 & 0 & -\xi & 0 & 0 & -\xi & 0 & 0 & \xi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \eta & 0 & 0 & \eta & 0 & 0 & -\mu & 0 & 0 & -\eta \\ 0 & \zeta & 0 & 0 & \zeta & 0 & 0 & -\zeta & 0 & 0 & -\zeta & 0 \\ \xi & 0 & 0 & -\xi & 0 & 0 & -\xi & 0 & 0 & \xi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \eta & 0 & 0 & \eta & 0 & 0 & -\eta & 0 & 0 & -\eta \\ 0 & \xi & 0 & 0 & \zeta & 0 & 0 & -\zeta & 0 & 0 & -\zeta & 0 \\ \xi & 0 & 0 & -\xi & 0 & 0 & -\xi & 0 & 0 & \xi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \eta & 0 & 0 & \eta & 0 & 0 & -\eta & 0 & 0 & -\eta \\ 0 & \zeta & 0 & 0 & \zeta & 0 & 0 & -\zeta & 0 & 0 & -\zeta & 0 \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

ここに,

$$\begin{cases} \xi = \frac{\mu \cdot h}{8} \\ \zeta = \frac{\mu \cdot l}{8} \\ \eta = \frac{\lambda \cdot l}{8} \end{cases} \quad (4.22)$$

境界 BA の境界剛性は、式(4.14)により定義される。

$$[G]_{BA}^e = -[G]_{FR}^e \quad (4.23)$$

式(4.14)の第 2 項については、式(4.24)によって求める。

$$\{f_v^f\}_i = [C^f]_i^e \{\dot{u}^f\}^T \quad (4.24)$$

ここに、 $[C^f]_i^e$  は、基礎岩盤の側方境界の減衰マトリックスであり、基礎岩盤に対する自由地盤の

速度の影響を評価するものである。 $[C^f]_i^e$  は、側方境界の剛性マトリックス  $[G]_i^e$  を用いてレーリー型減衰として求めることとしている。

半無限自由地盤をダムと基礎岩盤の連成系に取込む手順としては、まず、式(4.3)により自由地盤の地震応答を解析する。次に、式(4.14)により自由地盤の振動によって基礎岩盤に与えられる力  $T_f$  を計算する。そして、 $T_f$  を基礎岩盤底面の入力地震動と合わせて式(4.1)に入力する。