

# 国土技術政策総合研究所資料

TECHNICAL NOTE of  
National Institute for Land and Infrastructure Management

No. 35

June 2002

## 気液混相流同時解法スキームを用いた数値風洞水槽の開発 — 完全保存型アルゴリズムの構築 —

水谷夏樹・佐藤裕司・鈴木 武

Development of Numerical Wind Wave Tank using Scheme to Solve Gas and Liquid Mixing Flow Field  
- Construction of Completely Conservation Algorithm -

Natsuki MIZUTANI, Yuji SATOH and Takeshi SUZUKI

国土交通省 国土技術政策総合研究所

National Institute for Land and Infrastructure Management  
Ministry of Land, Infrastructure and Transport, Japan

# 気液混相流同時解法スキームを用いた数値風洞水槽の開発

## — 完全保存型アルゴリズムの構築 —

水谷 夏樹\*・佐藤 裕司\*\*・鈴木 武\*\*\*

### 要 旨

本研究は、数値風洞水槽の開発を目指し、気液混相流体場の解析を行うことが可能な数値スキームを開発することにある。港湾構造物の合理的設計に資するために、外力である波浪を高精度に推定する必要があるが、日本の全ての港湾において波浪を長期観測することは現実的ではなく、そのような場所においては波浪推算モデルを用いなければならない。このことから実際に港湾が存在する沿岸域のような浅海域において外力波浪を精度良く推算するためには、WAMなど現在の波浪推算モデルをさらに高分解能・高精度化する必要がある。しかしWAMを代表とする第3世代の波浪推算モデルは、異なる成分波間における非線形相互作用の計算方法のみが突出して進歩しているものの、風から波へのエネルギーの入力及び、砕波による波のエネルギーの散逸過程については第1世代より何ら改善されていない。沿岸域のような浅海域においては強風による白波砕波はもちろんだが、水深の浅水化による砕波もスペクトル空間上で取り扱わなければならない。実際にWAMの浅海版であるSWANが開発され実用化されつつあるが、複雑な地形を考慮した波浪変形を精度良く推算する段階には至っていないのが現状である。今後、益々実務に伴う要請が細分化し、局地波浪予測の必要性が増すにつれて、現状のモデルでは不十分な点が多く、ここで再度現象を捉え直すことで風からのエネルギー入力及び砕波によるエネルギー散逸過程を合理的にモデル化する必要がある。

そこで本研究では、風による波の発達過程及び砕波によるエネルギー散逸過程を詳細に検討するため、風（気相）と波（液相）を同時に解法する数値スキームの開発を行った。その第一段階として計算アルゴリズムの検証と基礎的な自由水面の変動問題、特にダムブレイク問題や気泡の上昇問題について検討を行った。本研究ではC-CUP法をベースとしたが、表面張力モデルの導入と数値拡散によって気相と液相の密度が混和する問題を回避する完全保存型のアルゴリズムを導入した。

その結果、オリジナルのC-CUP法では、中間的な密度層が生成されてしまうことによる非物理的な現象の回避に成功し、最終的な目的である数値風洞水槽の開発へつながる結果を得た。ここでは、その第一報として本スキームの概要を説明し、各計算例を示すとともにスキームの検証結果を示す。

キーワード：気液混相流，完全保存，風波，数値風洞水槽

\* 沿岸海洋研究部沿岸域システム研究室研究官

\*\* 沿岸海洋研究部沿岸域システム研究室研究員

\*\*\* 沿岸海洋研究部沿岸域システム研究室長

〒239-0826 横須賀市長瀬3-1-1 国土交通省国土技術政策総合研究所

電話：0468-44-5071 Fax：0468-44-5074 e-mail:mizutani-n92y2@ysk.nilim.go.jp

**Development of Numerical Wind Wave Tank using Scheme  
to Solve Gas and Liquid Mixing Flow Field  
- Construction of Completely Conservation Algorithm -**

**Natsuki MIZUTANI\***  
**Yuji SATOH\*\***  
**Takeshi SUZUKI\*\*\***

**Synopsis**

It is very important to forecast the wind-induced waves in shallow water area, which has complex geographical features like the place in the bay or around the peninsula. Various phenomena such as the white caps and the depth-induced wave breaking are generated in that area. We still can't understand fully and can't treat all of them theoretically and numerically. We have to make some estimation models of the white caps or the depth-induced wave breaking for more accurate wave forecasting. We should not only use physical wind wave tanks, but also develop numerical tanks to understand the dynamics at the air-sea interface.

In this work, we develop a numerical scheme to solve gas and liquid mixing flow-field such as that between wind and wind waves. It is based on C-CUP method, in which the liquid phase and the gas phase are treated as compressible fluids, and the surface tension is properly included. We applied this scheme to the dam break problem and the bubble rising phenomena to verify its accuracy.

As the result, it was found that the conventional C-CUP method has such a problem that numerical diffusion is generated at the air-water interface. We adapted a completely conservation algorithm to solve its problem.

Next, we explain outlines of our numerical scheme and show some results. Finally, we evaluate the validity of those results, and summarize the conclusions and the left problems.

**Key Words:** gas and liquid mixing flow, completely conservation algorithm, wind waves, numerical wind wave tank

---

\* Researcher of Coastal Zone Systems Division, Coastal and Marine Department  
\*\* Researcher of Coastal Zone Systems Division, Coastal and Marine Department  
\*\*\* Head of Coastal Zone System Division, Coastal and Marine Department  
3-1-1 Nagase, Yokosuka, 239-0826 Japan  
Phone : +81-468-445071 Fax : +81-468-445074 e-mail:mizutani-n92y2@ysk.nilim.go.jp

## 目 次

|                              |    |
|------------------------------|----|
| 1. まえがき .....                | 1  |
| 2. 数値計算手法の概要 .....           | 2  |
| 2.1 基礎方程式 .....              | 2  |
| 2.2 計算アルゴリズム .....           | 2  |
| 2.3 表面張力モデル .....            | 3  |
| 3. 自由表面変動問題への適用 .....        | 4  |
| 3.1 ダムブレイク問題 .....           | 4  |
| 3.2 単一気泡の上昇問題 .....          | 6  |
| 4. 数値拡散による界面混和に関する問題 .....   | 7  |
| 4.1 数値拡散による界面の混和 .....       | 7  |
| 4.2 逐次補正による完全保存型アルゴリズム ..... | 8  |
| 5. 結論 .....                  | 11 |
| 6. あとがき .....                | 11 |
| 謝辞 .....                     | 11 |
| 参考文献 .....                   | 11 |

## 1. まえがき

海岸構造物の合理的設計や干潟など極浅海域における環境保全を行うためには外力である来襲波浪の正確な算定が重要となる。現在、外力波浪算定ための観測データの収集は、近年の波浪観測網の拡充により著しく整備されているが、全国の海岸をくまなく網羅するものではなく、必然的にこれらの観測網に対する補間措置として地形の影響を考慮した波浪推算モデルの利用が重要なものとなっている。しかし、現状で複雑な地形の影響を考慮した波浪推算モデルは実用化に至っておらず、昨今の環境意識の高まりをも鑑みれば、その高精度化は急務であると言える。

沿岸域のような浅海域における波浪推算モデルの高精度化には、風から波へのエネルギー入力及び、砕波によるエネルギー散逸を合理的にモデル化する必要がある。そのためには気液界面で生じる様々な現象を詳細に把握するとともに、特徴的・支配的な現象について抽出・モデル化しなければならない。風波の研究はこれまでほとんどが風洞実験水槽を用いて検討されてきた。実流体を扱う水槽実験の重要性は今後も変わることはないが、水槽実験では計測することが困難な物理量が存在することも確かである。例えば水表面に作用する圧力分布や水中の3次元渦度分布など物理量の空間的な分布については、実験では計測困難なことが多い。

また、水槽実験が越えられない大きな問題にスケール効果の問題がある。海洋学において発展してきた風波の研究は、水槽実験と現地観測の両面から進められてきたが、実験水槽における結果が必ずしも現地観測の結果に合致しないという問題が生じている。風と波が相互に作用する界面近傍は流体の粘性と摩擦が支配的となる領域であるため、レイノルズ相似則が成立する。一方、風の影響を考慮しない波浪場については主に重力が支配的な因子となりフルード相似則が成立する。これら二つの相似則が同時に成り立つことはあり得ないため、水槽実験のスケールと現地スケールとでギャップが生じ、結果の整合性が取れないという問題が生じるのである。

これらの問題を解決するため、数値風洞水槽の開発は非常に重要と言える。実験計測では困難な物理量についても空間的に逐次算出することが可能となるばかりか、スケールの問題についても水槽スケールから現地スケールまでを段階的に計算することで、スケールに依存する物理量の特定が可能になる。しかし、数値計算のみですべてが解決するわけではなく、今後も風洞水槽実験による検討と併せてハイブリッドな検討を行う必要がある。

数値風洞水槽の開発にあたっては必要となる条件がい

つくかあるが、まず自由表面を取り扱わなくてはならない。自由表面を取り扱う方法は、VOF法、ALE法、C-CUP法、Level Set法、粒子法、BIM法、格子適合法など数多くがあるが、それぞれに一長一短がある。この中で界面の分裂や合体を取り扱うことができ、最も実績のある方法はVOF法であろう(例えば、Linら、1998;水谷ら、1999)。しかし、この方法は液相のみ、つまり水の運動だけを取り扱うため気相の運動については計算を行わない。風波の発達は風によって水面に波浪が発達する現象であるから、液相だけでなく気相についても同時に計算を行い、その相互作用について検討を行う必要がある。上記の中で気液両相の計算を行う方法にLevel Set法があるが(Sussmanら、1994)、Level Set関数という距離関数を逐次初期化するという作業を行うため、常に気液界面をゼロにリセットしなければならず、気液界面の合体・分裂に対して特別な処理を必要とする。

これらに対して現状で最も有効であると考えられる方法がC-CUP法(CIP-Combined Unified Procedure)である(Yabeら、1991a)。移流項の差分には高精度なCIP法(Cubic-Interpolated Pseudo-Particle)(Yabeら、1991b)を用いるほか、流体を圧縮性流体とし、時間発展型の圧力のポアソン方程式を導出する。気相側、液相側ともに圧力と密度の関係から局所音速を定義することでポアソン方程式を解くことができる。気相・液相の判断は0と1の間で変化する密度関数を定義し、これらを用いることで界面境界付近の物性値も無理なく表現することができる。また、気液両相を統一解法することで生じる最大の利点として**両相の境界で境界条件を課す必要がない**ことである。VOF法のように液相のみを解く場合、自由表面において流体の連続式を満たすような境界条件を与える必要があるが、自由表面が複雑に変化し、連続式を合理的に満たすように境界条件を与えることができなくなる場合が少なくない。両相を同時に統一的に解法を行うC-CUP法では両相の境界で境界条件を課す必要がなくなるため、砕波を伴うような複雑な風波の発達過程に対して十分対応することができる。

本研究では、数値解法のベースとしてこのC-CUP法を用いた。しかし、オリジナルのC-CUP法では長時間の時間積分を行った場合、数値拡散による気相と液相の混和が起ってしまう、中間的な密度の流体が発生してしまう。空気と水のようなほとんど混じり合わない流体を取り扱う場合、これらの中間的な密度の流体が計算領域の一部を占めることで非物理的な現象が生じてしまう。風波の発達過程を再現する場合、風の吹き始めから定常状態となるまで数十秒から数分を必要とする。また、定常状態となつてから波浪統計量を算出するのに十分な長さの時間をシミュレートする必要があり、結果として十数分から数十分程度の

時間を再現しなければならない。このように長時間の時間積分を行う必要性から、前述の気液界面での数値拡散による混和の問題はどうしても回避しなければならない問題である。

そこで本研究では、C-CUP法にLevel Set法的な考え方を導入し、質量の保存式を直接的には解かず、仮想関数である密度関数を解いて、気液両相の体積を厳密に保存するように逐次修正しながらそれぞれの密度を割り当てる方法を用いた。これにより、気液両相の体積が完全に保存され、かつYabeら(1991a)によるオリジナルのC-CUP法では気液界面を表現するのに4~6セル必要だったのに対して1セルのみでシャープに界面を表現することが可能となった。以下ではオリジナルのC-CUP法に基づいて数値解法の概略を示すとともに、本研究で用いた体積保存に対する改良方法及び表面張力モデル(Brackbillら, 1992)の導入などについて述べる。また、ダムブレイク問題や気泡上昇問題に対してオリジナルのC-CUP法との比較を示すとともに本研究で開発した数値スキームの検証について示す。

## 2. 数値計算手法の概要

### 2.1 基礎方程式

基礎方程式は、2次元圧縮性流体に対する質量保存式、Navier-Stokes方程式、圧力方程式、仮想関数である密度関数の保存式、バロトロピー流体に対する状態方程式で構成される。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \mathbf{S}_u + \mathbf{F}_{SV} + \mathbf{g} \quad (2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla p = -\rho C_s^2 \nabla \cdot \mathbf{u} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \phi_i}{\partial t} + \nabla \cdot (\phi_i \mathbf{u}) = 0 \quad (4)$$

$$\rho = f(p) \quad (5)$$

ここで、 $\rho$ は密度、 $\mathbf{u}=(u,w)$ は流速ベクトル、 $p$ は圧力、 $\mathbf{S}_u$ は粘性拡散項、 $\mathbf{F}_{SV}$ は表面張力項、 $C_s$ は局所音速、 $t$ は時間、 $\nabla=(\partial/\partial x, \partial/\partial y)$ は微分演算子を示す。また、 $\phi_i$ は*i*相( $i=1,2$ ;  $\phi_1$ :気相、 $\phi_2$ :液相)の密度関数であり、 $\phi_1 + \phi_2 = 1$  ( $0 \leq \phi_i \leq 1$ )の関係を満たす。なお、表面張力項 $\mathbf{F}_{SV}$ はBrackbillら(1992)が提案したCSFモデル(Continuum Surface Force Model)によって体積力として評価された上で組み込まれている。

### 2.2 計算アルゴリズム

C-CUP法はYabeら(1991a)によって提案されたスキームで、簡明なアルゴリズムで圧縮性流体と非圧縮性流体とを同一計算領域中で統一的に扱うことができる。C-CUP法では流れ場の変化を特性速度ごとのフェイズに分離して行うのが特徴的であるが、具体的には上記の方程式を離散化する際に移流項と非移流項に分離し、さらに非移流項については外力項と拡散項に分離して計算を行う。

・移流項(Advection term)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \rho = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla p = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial \phi_i}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \phi_i = 0 \quad (9)$$

・非移流項(Non-advection term)

$$\frac{\rho^{n+1} - \rho^*}{\Delta t} = -\rho^* \nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1} \quad (10)$$

$$\frac{\mathbf{u}^{n+1} - \mathbf{u}^*}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho^*} p^{n+1} + \mathbf{S}_u^* + \mathbf{F}_{SV}^* + \mathbf{g} \quad (11)$$

$$\frac{p^{n+1} - p^*}{\Delta t} = -\rho^* C_s^2 \nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1} \quad (12)$$

$$\frac{\phi_i^{n+1} - \phi_i^*}{\Delta t} = -\phi_i^* \nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1} \quad (13)$$

オリジナルのC-CUP法は式(11)の発散をとり、式(12)に代入することで以下の圧力に関するポアソン方程式を得る。

$$\nabla \cdot \left( \frac{\nabla p^{n+1}}{\rho^*} \right) = \frac{p^{n+1} - p^*}{\rho^* C_s^2 \Delta t} + \frac{1}{\Delta t} \nabla \cdot \mathbf{u}^* \quad (14)$$

現時刻(\*)の速度ベクトルを代入し、何らかの収束解法を用いて上式から $p^{n+1}$ を求めることができれば、それを用いて式(11)から次時刻(n+1)の速度ベクトルを求めることができる。さらに式(10)と式(13)を用いて密度と密度関数を更新することができる。全ての物理量について非移流項による更新が行われた後、式(6)~(9)を用いて移流項の計算を行い、一時刻のステップ更新が完了する。

これに対し、Yabe(1997)は最初に移流項を計算した方が質量の保存性に優れていると報告している。それによれば先に移流項部分を計算し、前時刻(n)から時刻(\*)へ全ての物理量を更新する。次に次式を用いて流速の予測値 $\mathbf{u}'$ を計算する。

$$\frac{\mathbf{u}' - \mathbf{u}^*}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho^*} p^* + \mathbf{S}_u^* + \mathbf{F}_{SV}^* + \mathbf{g} \quad (15)$$

式(11)から式(15)を引いた式の発散を求め、式(12)に代入することで圧力補正值  $\delta p$  に関するポアソン方程式を誘導することができる。

$$\nabla \left( \frac{\nabla \delta p}{\rho^*} \right) = \frac{\delta p}{\rho^* C_s^2 \Delta t} + \frac{1}{\Delta t} \nabla \cdot \mathbf{u}' \quad (16)$$

ここで、 $\delta p = p^{n+1} - p^*$  である。最後に圧力補正值  $\delta p$  を用いて次時刻(n+1)における全ての物理量を次式より更新する。

$$\mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{u}' - \frac{\Delta t}{\rho^*} \nabla \delta p \quad (17)$$

$$p^{n+1} = p^* + \delta p \quad (18)$$

$$\rho^{n+1} = \rho^* - \rho^* \nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1} \Delta t \quad (19)$$

$$\phi_i^{n+1} = \phi_i^* - \phi_i^* \nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1} \Delta t \quad (20)$$

本研究では、オリジナルのC-CUP法のように先に圧力方程式を解いてから非移流項、移流項の順で解く場合と、移流項を解いてから圧力方程式及び非移流項を解く場合とで比較を行ったが、後者の移流項から解く場合の方が若干ではあるが保存性に改善がみられた。よって本研究では移流項から解くアルゴリズムを採用することとする。

なお、当初圧力の反復解法にはSOR法を用いていたが、一定の収束精度( $10^{-10}$ 程度)を得るには非常に時間がかかり

とても実用的ではないことから、本研究では、三角対角近似因子分解(tridiagonal approximation factorization)前処理付共役勾配法(TFCGS)を用いた。この結果、 $60 \times 60$ セル計算の場合、収束回数でおよそ100倍の効率を得ており(収束精度: $10^{-12}$ )、セル数が多くなるほど高効率となることを確認している。

### 2.3 表面張力モデル

表面張力は、実際には気液界面に面力として生じるものであるが、差分格子を基本とする数値スキームで取り扱う場合には体積力としてモデル化し、組み込まなくてはならない。前述したように、表面張力項  $F_{SV}$  はBrackbillら(1992)が提案したCSFモデル(Continuum Surface Force Model)によって体積力としてモデル化されたものを用いている。

表面張力は、

$$F_{SV} = \sigma \kappa \mathbf{n}_s \quad (21)$$

$\sigma$  : 表面張力係数

$\kappa = -(\nabla \cdot \mathbf{n}_s)$  : 界面の曲率

$\mathbf{n}_s$  : 界面単位法線方向ベクトル

と表されるが、Brackbillら(1992)はこれを、

$$F_{SV} = \sigma \left\{ \nabla \cdot \frac{\nabla \phi_2}{|\nabla \phi_2|} \right\} \nabla \phi_2 \quad (22)$$

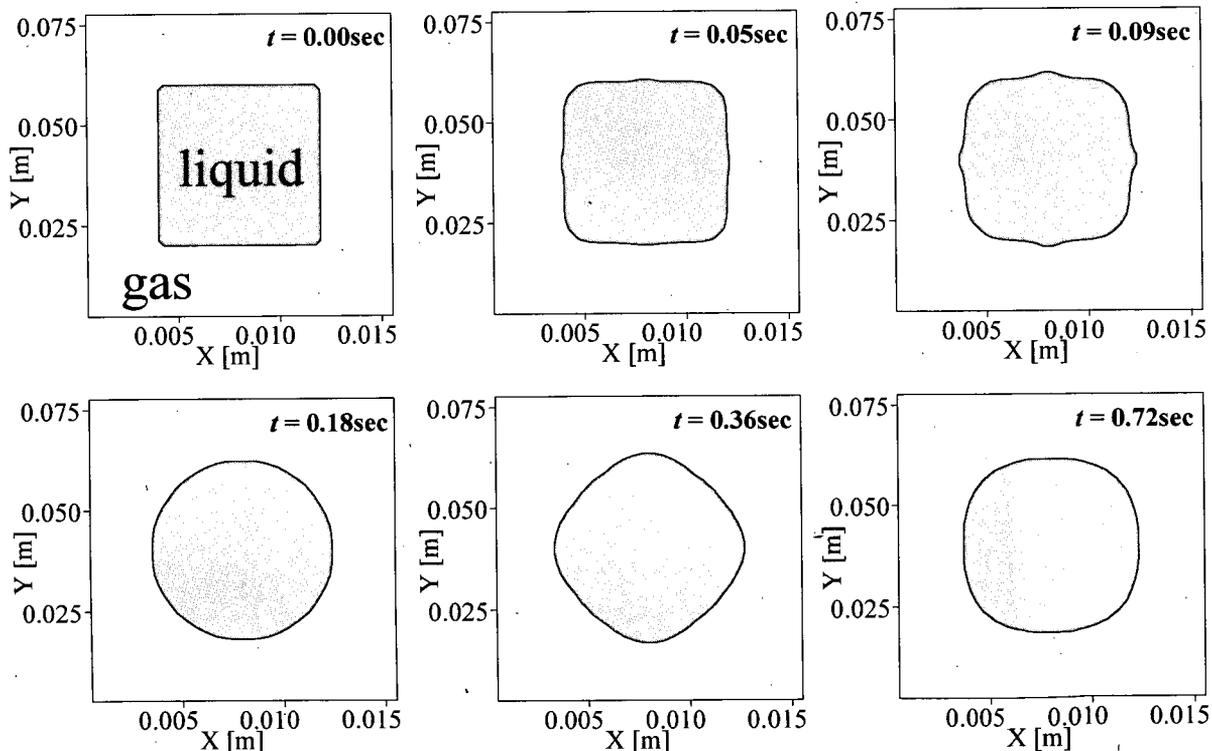


図-1 正方形水塊の表面張力による変形

と表し、その妥当性を示した。本研究では、これらを数値スキームに組み込むことで表面張力の効果を検討した。

図-1は、空気中に正方形の水塊が存在する場合の表面張力による変形シミュレーションである。計算条件を表-1に示す。

表-1 計算条件

|           |   |
|-----------|---|
| 計算格子数     | 30×30   |
| 正方形水塊の大きさ | 4.0×4.0cm (16×16)                             |
| 流体1 (気体)  | $\rho = 1.25 \text{ kg/m}^3$                  |
| 流体2 (液体)  | $\rho = 797.88 \text{ kg/m}^3$                |
| 格子サイズ     | $\Delta x = \Delta y = 0.0025 \text{ m}$      |
| 時間刻み      | $\Delta t = 0.000001 \text{ s}$               |
| 表面張力係数    | $\sigma = 23.61 \times 10^{-3} \text{ dyn/m}$ |
| 重力加速度     | $g = 0.0 \text{ m/s}^2$                       |

この計算はBrackbillら(1992)が示したものに粘性の作用を入れて計算したものであるが、良好に現象を再現でき、表面張力の影響が正しく本スキーム取り込まれていることが分かる。t=0~0.05sにかけて、四方の角から界面の曲率に応じた表面張力が作用し、各頂点が丸くなっていく様子が再現されている。その後、t=0.09sでは初期状態で曲率がゼロであった各辺中央部に流体が集中し始め、t=0.18sでは一度完全な円形となる。その後、t=0.36sでは初期に辺中央部だったところがとがり始め、菱形へと移行する。Brackbillら(1992)の計算では粘性の影響が入っておらず、流速場が減衰しないことから角が直角となる完全な菱形へ移行するが、本研究では重力の作用のみを除外したため、粘性の影響によって速度場が減衰し、完全な菱形とはならない。t=0.72sでは再び各頂点から表面張力が作用して元の正方形へ戻ろうとしており、以後粘性によって全体の流速場がゼロになるまでこの振動が繰り返される。振動の一周期は約0.42sであり、Brackbillら(1992)の結果(周期0.4s)にはほぼ等しくなっている。

### 3. 自由表面変動問題への適用

前章において本研究における数値スキームの概要を示すとともに表面張力モデルについても概説した。また、重力の作用がなく表面張力のみが作用する場合の水塊の変形計算について示し、表面張力モデルの妥当性について検証を行った。ここでは、本スキームの自由表面変動問題への適用を行い、数値スキームの検証を行う。

#### 3.1 ダムブレイク問題

界面の大変形を伴う自由表面変動問題のベンチマーク

としてダムブレイク問題が挙げられる。計算領域内に縦横比2:1の水柱を設定し、その崩壊現象について検証を行うものであるが、本研究においても同様の問題について取り扱い、数値スキームの検証を行った。

図-2がその結果である。なお、計算領域における側壁及び上下面についてはfree slipの境界条件を課した。その他の計算条件については表-2に示す。

表-2 計算条件

|              |  |
|--------------|--|
| 計算格子数        | 100×100                                      |
| 水柱の大きさ (横×縦) | 1.5×3.0m (30×60)                             |
| 流体1 (空気)     | $\rho = 1.25 \text{ kg/m}^3$                 |
| 流体2 (水)      | $\rho = 1000.0 \text{ kg/m}^3$               |
| 格子サイズ        | $\Delta x = \Delta y = 0.05 \text{ m}$       |
| 時間刻み         | $\Delta t = 0.0001 \text{ s}$                |
| 表面張力係数       | $\sigma = 72.0 \times 10^{-3} \text{ dyn/m}$ |
| 重力加速度        | $g = 9.8 \text{ m/s}^2$                      |

ダムブレイク問題は、図-2のt=0.00sに示すように計算領域の左隅に設置された水柱の右側側壁を瞬間的に取り外したものと考えられる。鉛直方向に作用する圧力が底面に拘束されることで、水平方向の運動へと転化され、水柱の右下の角部から流体が流れ出す。t=0.15sは流出初期の状態である。それより上部の流体は流れ出る流体に追従する形で下方へ輸送されている。一方、気相側の運動を見ると水柱の上面が下方へ移動するのに伴って流体の連続性により水柱上面へ集まるように気流が生じている。水柱の右側側面近傍においては、下向きの水の流れを補償する形で上方に向かう気流が生じており、液相と気相との間で何ら境界条件を課すことなく、双方の流体が相互作用する形で表現されている。

時刻が進んでt=0.30~0.60sにかけては底面に沿った水流の先端部で流速が最大となるほか、水柱右側の水面が鉛直から徐々に水平に傾くに従って、気流との間で形成される大規模な渦も水面に沿って傾いていく様子が分かる。この時、計算領域内の気流は全体が一つの大きな渦となって循環している。

t=0.75sで水流の先端はほぼ計算領域の右端に到達し、t=0.90sでは計算領域の右側側壁に沿って水流が上昇している。この時、t=0.75sですでに水流に押された気流が側壁に沿って上昇しており、t=0.90sでも上昇する水流の上方で気流が先行して上昇している。ここでも流体場の圧力に支配された気流と水流との相互作用の結果が現れており、二つの流体が圧力場を介して影響をおよぼし合っている現象が確認できる。

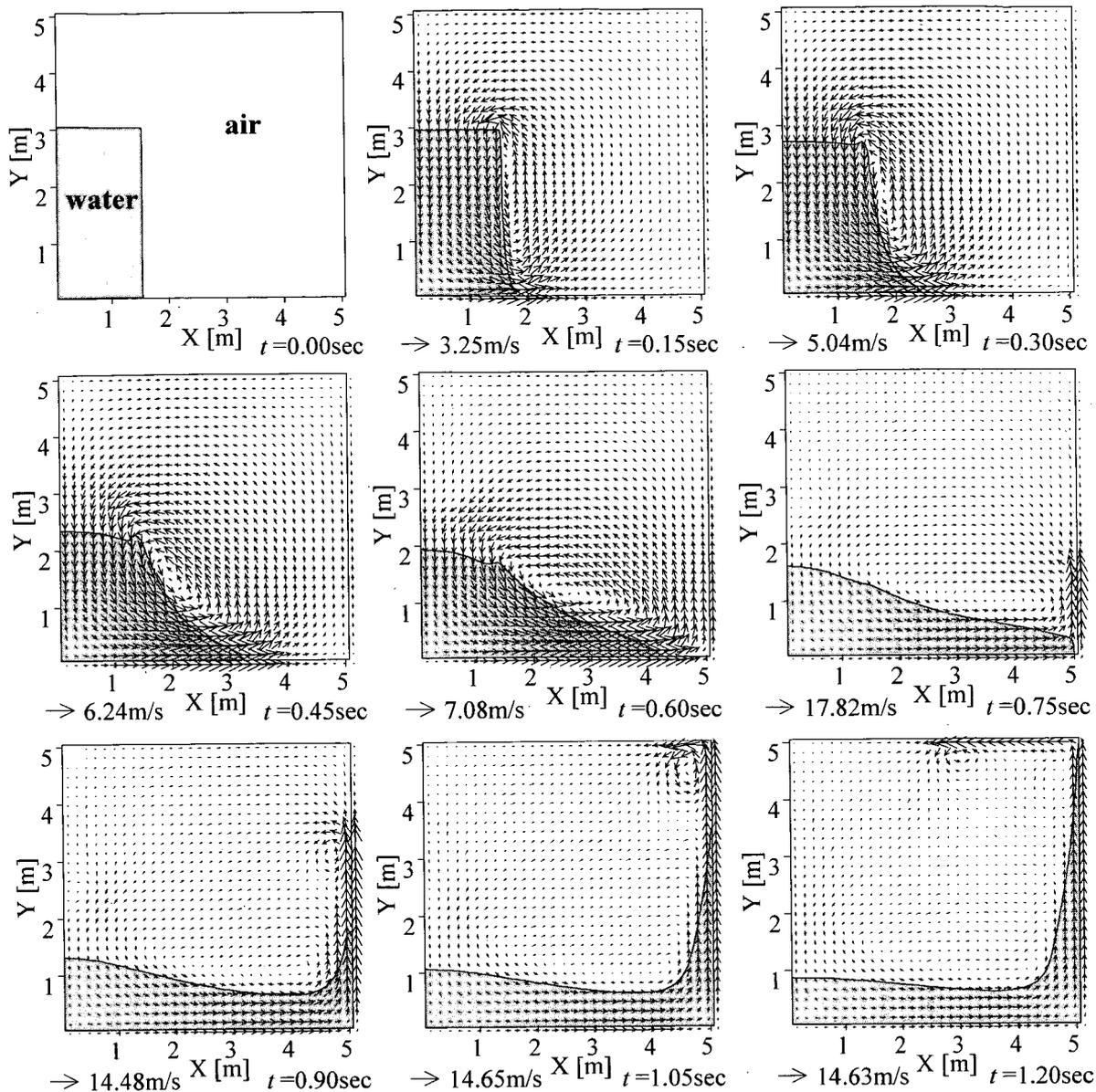


図-2 ダムブレイクにおける水面形と流速場の時空間変化

$t=1.05s$ では、水流の先端は計算領域の上端壁へ達していないが、気流は既にも上端壁へ達し、隅角部において渦を形成している。 $t=1.20s$ で水流が上端近くに達すると、気流はさらに先行して今度は上端壁に沿った形で流れを形成している。

以上の計算結果が物理現象として正確なものかどうかについての検証は、一般に水流の先端位置の時間的変化により検討されている。図-3は水流の先端位置の時間的変化を水柱の幅である代表長さで無次元化したものである。計算結果は実験結果(玉古, 1994; Martinら, 1952)を良好に再現していることが分かる。ただし、全体的に計算結果が実験結果よりも先行している。これは‘濡れ性’に原因があるとされているが、完全に乾いた底面上を水流が流れる

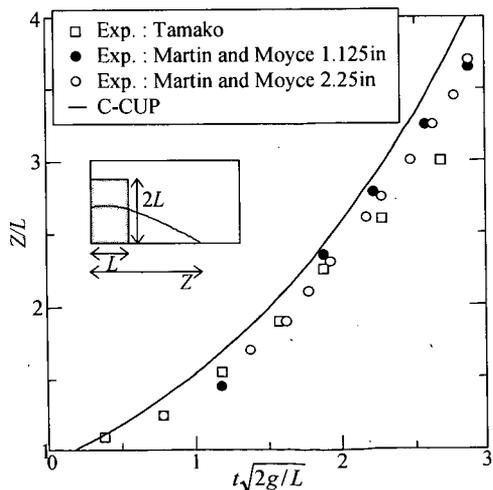


図-3 ダムブレイクにおける水流先端位置の時間変化

実験の場合, free slipを境界条件に課した数値計算結果に比べて僅かに遅れがでるものと考えられている. これらの結果はC-CUP法だけでなく, VOF法やLevel Set法による検

証においても同様の傾向が確認されていることから, スキームに依存するものではないと考えられる(陸田, 2000; 由比, 1998).

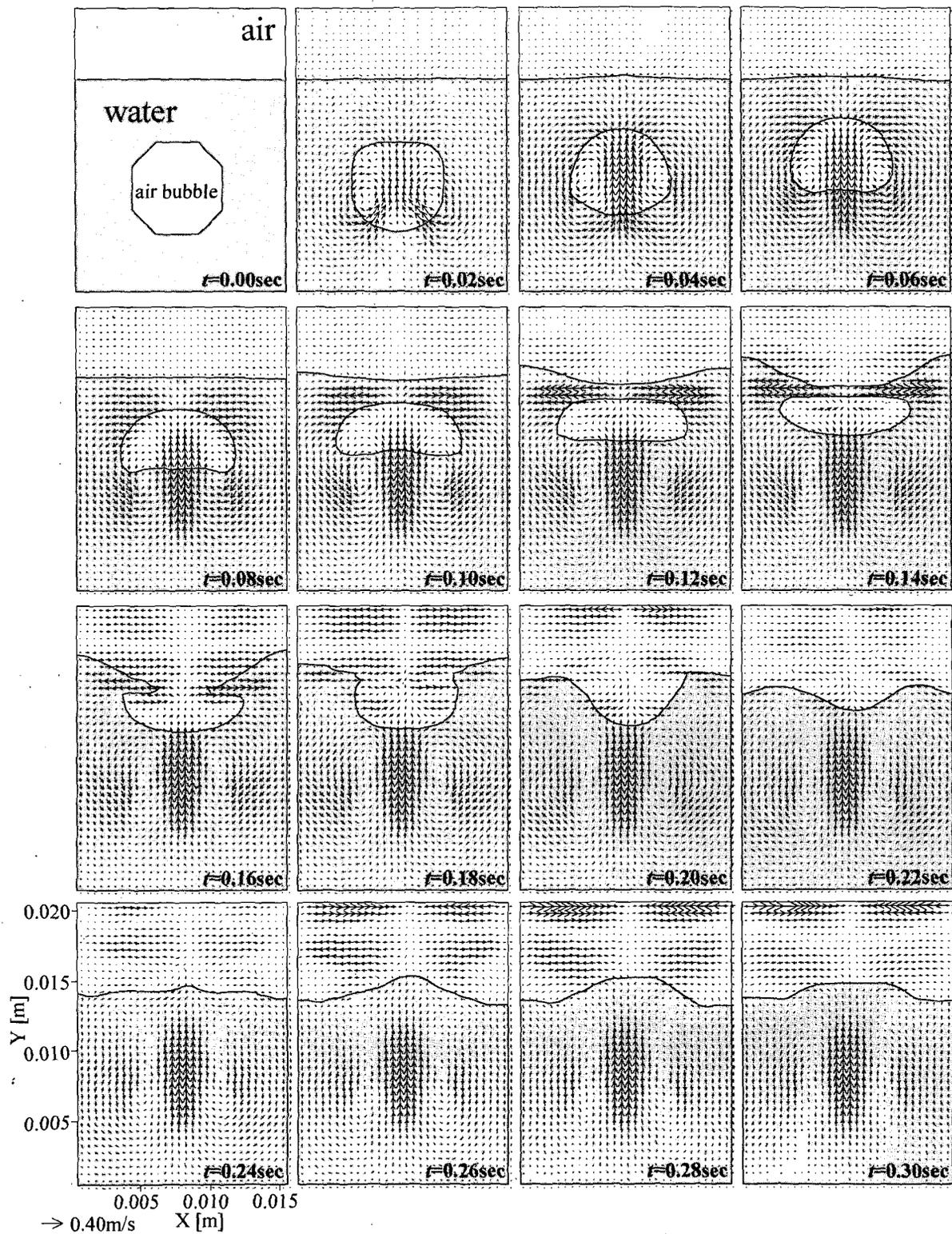


図-4 気泡の上昇過程における水面形と流速場の時空間変化

### 3.2 単一気泡の上昇問題

次に気液混相流の典型問題として単一気泡の上昇問題について取り扱う。水中を浮力の作用により上昇しながら表面張力との相互作用により気泡が変形する。気泡が自由水面に達すると今度は自由表面との相互作用により水面が盛り上がりながら、ついには気泡が破裂して水面に波を発生させる。これら一連の問題についての計算結果を図-4に示す。また、その時の計算条件について表-3に示す。なお、この計算においても計算領域の上下左右面においては free slip 条件を課している。

表-3 計算条件

|          |  |
|----------|--|
| 計算格子数    | 30×40  |
| 気泡径      | 0.0065m(13)                                  |
| 流体1 (空気) | $\rho = 1.25 \text{ kg/m}^3$                 |
| 流体2 (水)  | $\rho = 1000.0 \text{ kg/m}^3$               |
| 格子サイズ    | $\Delta x = \Delta y = 0.0005 \text{ m}$     |
| 時間刻み     | $\Delta t = 0.0000005 \text{ s}$             |
| 表面張力係数   | $\sigma = 72.0 \times 10^{-3} \text{ dyn/m}$ |
| 重力加速度    | $g = 9.8 \text{ m/s}^2$                      |

静水面下6.5mmに配置された気泡は計算開始と同時に浮力の作用によって上昇を始め、同時に表面張力の影響によって各角部が丸くなる。t=0.02sでは、気泡内中央部に上昇気流を確認することができるほか、気泡下面の左右には二相間を密度がジャンプしてもなお連続的に渦が形成されている様子が確認できる。気泡はさらに上昇して各部がさらに丸くなり、t=0.06sでは気泡下面が凹んだ形状となる。気泡中央に形成される上昇流は左右側面に反流となる渦を形成しながら上昇するため、計算領域全体が二つの渦形成によって流れている。このとき既に自由表面は若干盛り上がり、上昇による圧力場を介して気泡と自由表面との相互作用が生じていることが分かる。

t=0.08sでは、気泡下面がより広範囲にわたって扁平化しており、気泡上面と自由表面との間では、気泡の上昇に伴って水を左右へ押しつけるような流れが顕在化している。その後、気泡全体が次第に扁平化していく。これは自由表面が一種の弱い壁の役割を担っていることを示しているものであると考えられる。開水路乱流のような自由表面と乱流との相互作用を研究する分野では古くから自由表面を弱い壁とみなす見解が主流であり(例えば、Nezuら, 1993), ここでもその傾向が確認できる。t=0.10sより、自由表面では中央よりも左右の壁境界において水面が上昇している。気泡の上昇に伴って押しつけられた水の逃げ場がなくなり、水面を上昇させているものと考えられる。本

来は左右壁境界において表面張力の接触角を設定する必要があるが、ここではそれらを考慮していない。したがって、これらは毛細管現象ではないが、本計算スキームにおいて接触角を適切に設定することで毛細管現象を容易に再現することは可能である。

t=0.14sで気泡上面が完全に扁平化し、t=0.16sではついに気泡は破裂して自由表面と一体となっている。その後、自由表面中央部に水が流れ込むに従って左右の壁付近の水位が下降し、t=0.26sでは逆に中央部が盛り上がる形となっている。再びそれらの水塊は重力の作用によって左右へ流れ出るように波を形成する。一方で気流のベクトルに着目すると、気泡が破裂するt=0.16~0.20sにかけては自由水面中央部が盛り上がるのに伴って、計算領域上端部における気流が中央部から左右へ流れている。これに対し自由水面中央部が盛り上がりきったt=0.26~0.30sにかけては、左右より中央部に向かう流れが形成されており、ここでも自由表面の運動に気相の圧力場が連動して気流が生じている様子が確認できる。

このように、浮力による気泡の上昇過程における表面張力の作用とその後の自由表面との相互作用、さらには気泡破裂に伴う自由表面の運動と上部気流との相互作用が圧力場を介して無理なく表現されていることが検証された。また、ダムブレイク問題の検証例と併せて、Yabeら(1991a)によるオリジナルのC-CUP法を用いたスキームが気液混相流問題に極めて高精度に対応することができることが検証された。

## 4. 数値拡散による界面混和に関する問題

### 4.1 数値拡散による界面の混和

Yabeら(1991a)によるオリジナルのC-CUP法の特徴として移流項の差分に高精度なCIP法(Yabeら, 1991b)を用いていることが挙げられる。CIP法は物理量だけでなくその一階微分値に対してさえも方程式を満たすように移流させることから、その分布形状を保持する能力が高く、数値拡散が極めて少ない差分スキームとして知られている。しかし、C-CUP法において様々な流体现象はまず圧力波として伝わることから、その伝播スピードは流体の速度に比べて非常に速く、圧力方程式を十分な精度で収束させるためには時間刻み  $\Delta t$  を  $10^{-5} \sim 10^{-6}$  にまで小さくしなければならない。結果として流体の移流速度から見たCurretant数は非常に小さなものとなり、現実的な時間スケール(数秒から数十秒)に至るまで膨大な回数の時間積分を実行する必要がある。このことから数値拡散による界面の混和を避けることができず、長時間積分を非現実的なものとしている。

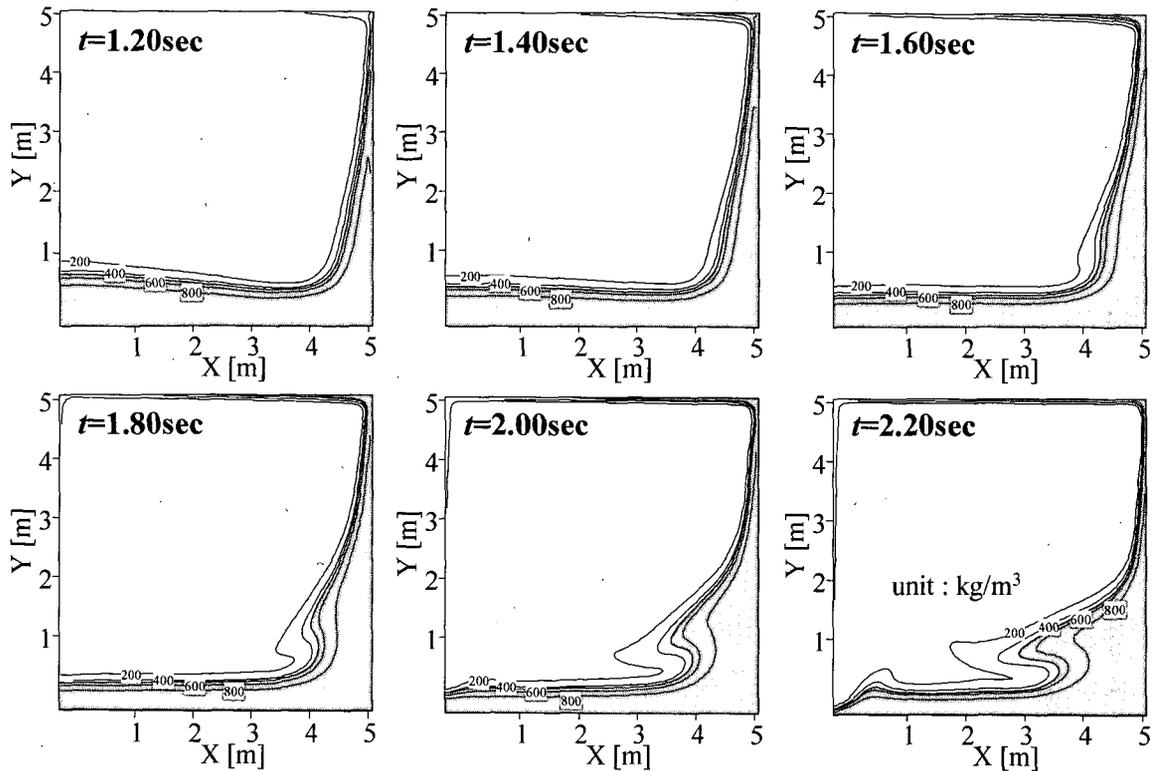


図-5 オリジナルのC-CUP法により長時間積分した場合のダムブレイクにおける密度の分布

図-5は、図-2で示したオリジナルのC-CUP法によるダムブレイク問題を長時間積分したものである。コンターは流体の密度分布を示しているが、空気(1.25kg/m<sup>3</sup>)でもなく水(1000.0kg/m<sup>3</sup>)でもない中間的な密度(200~800kg/m<sup>3</sup>)の流体が界面の混和により発生していることが分かる。この計算が正しい結果を示すものであれば、計算領域上部へ跳ね上がった水塊は次第に計算領域下部に滞留し、ついには静水面を形成するはずである。しかし、図-5を見ると計算領域の右側側壁に沿って上昇した流体の一部が重力によって再び下降する際、中間的な密度の流体によって(t=2.20s;(X,Y)=(2.1)付近)上方へ再度跳ね上げられており、非物理的な現象が生じている。これらは界面における数値拡散による気液の混和が原因であり、結果として長時間積分の計算結果を非現実的なものとしている。

こうした気液界面における数値拡散による混和問題に対して、非保存型の方程式による完全保存スキームCIP-CSL法(Tanakaら, 2000)も提案されているが、現状では多次元問題への拡張が困難であるとされている。

一方、気液混相流を取り扱うことのできる手法としてLevel Set法(Sussmanら, 1994)がある。これは気液界面からの距離を表す距離関数を移流させ、物質の密度は距離関数の値に応じて割り当てることで、質量の保存性を直接的に解くことなく現象を表現している。脇坂ら(2001)は、これ

らの思想を取り入れ、仮想関数である密度関数の値によって物質の密度を毎ステップごとに割り当てることで界面における物質の混和問題の回避に成功している。しかも、毎ステップごとに質量の保存を完全に満たすように気液界面を表現する1セル内において密度関数の値の逐次微調整を行っており、結果として完全保存型のスキームとなっているほか、オリジナルのC-CUP法では界面を4~6セルで緩やかに表現していたのに対して、1セルのみでシャープに界面を表現している。本研究では、これらの手法を取り入れて界面の混和問題の回避を行う。

#### 4.2 逐次補正による完全保存型アルゴリズム

完全保存型のアルゴリズムは、仮想関数である密度関数の移流に基づいて行う。0~1で変化する密度関数 $\phi$ を用いるが、 $\phi=0$ が完全な気相を表し $\phi=1$ が完全な液相を表す。すると気液界面は $\phi=0.5$ であると定義され、計算領域内において、まず $\phi=0.5$ が含まれるセルを特定し、それらのセル数 $m$ をカウントしておく。次にそれ以外のセルで $\phi>0.5$ の場合は $\phi=1$ に、 $\phi<0.5$ の場合は $\phi=0$ にそれぞれセットし直す。気液界面に相当するセル以外のセルを強制的にリセットすることで、計算領域全体の体積総和に誤差が生じる。ここで計算領域全体にわたって $\Delta\phi^*$ を計算し、初期状態 $\Delta\phi^{\text{initial}}$ との差をとって体積総和の誤差 $V_{\text{err}}$ を計算する。

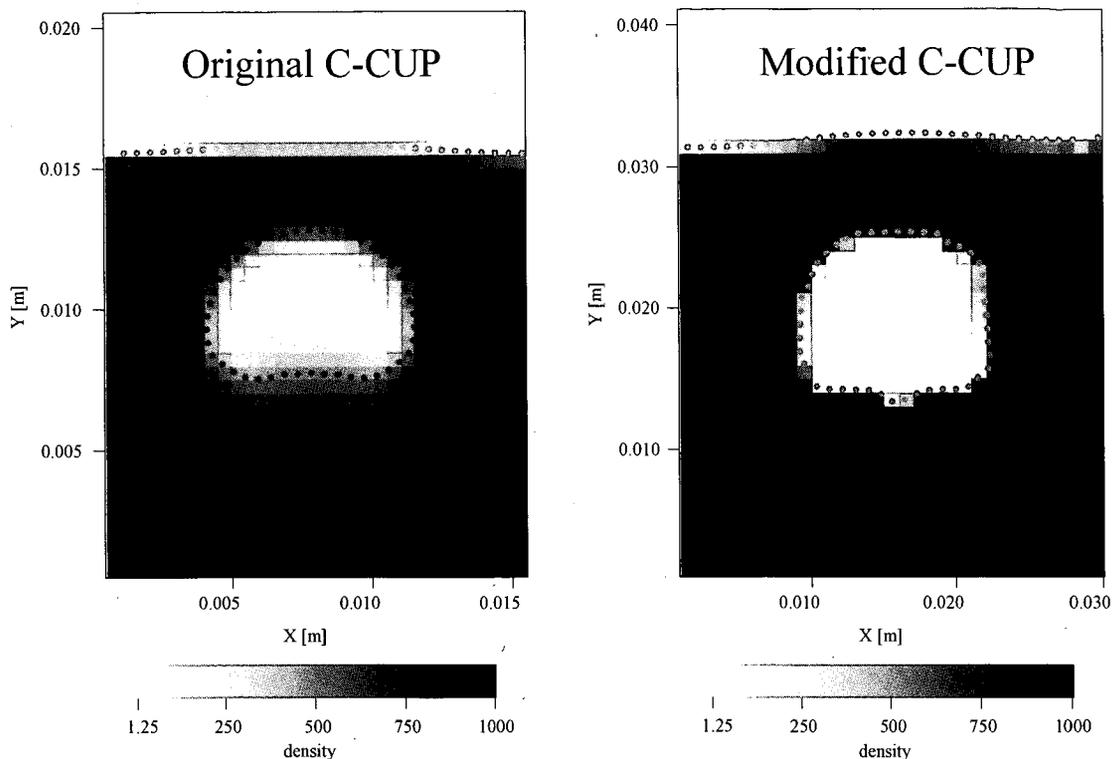


図-6 気泡上昇問題におけるアルゴリズムの比較

$$V_{err} = \sum \phi_2^n - \sum \phi_2^{initial} \quad (23)$$

この体積総和を先に求めた $\phi_2=0.5$ が含まれるセル数 $m$ で除して、1セル分に相当する補正量 $d\phi_2$ を求め、 $\phi_2=0.5$ が含まれるセル内のみで密度関数の微調整を行う。

$$d\phi_2 = V_{err} / m \quad (24)$$

$$\phi_2 = \phi_2 + d\phi_2 \quad (\phi_2=0.5 \text{が含まれるセルのみ}) \quad (25)$$

結果として気液界面を表現する1セルのみで体積の補正を行うため、その他のセルは気相あるいは液相に完全に分離され、それぞれの物質の密度が割り当てられる。また、体積を逐次補正することから、完全保存型のアルゴリズムとなる。

図-6は、気泡上昇問題に対してこれらのアルゴリズムを適用した例である。左側の図は、オリジナルのC-CUP法によって計算された密度の空間分布の一例であり、右側の図は、完全保存型アルゴリズムによって計算された例である。オリジナルのC-CUP法による計算では、気液界面がかなりぼけていることが分かる。特に気泡の下面では7~8セルに渡って気液の中間の密度層が形成されている。図-4で示した界面( $\phi_2=0.5$ )が点線で示してあるが、ぼけた界面の中央に位置しており、界面だけを見れば一見最もらしいものの、界面の厚みが気泡径に対して厚すぎる結果となっている。

これに対して、右図の完全保存型アルゴリズムによる計

算では、気液界面が密度関数の値 $\phi_2=0.5$ が含まれるセルのみで表現されており、気液界面を表現するセル内でのみ密度の連続的な変化が生じている。しかし、完全保存型アルゴリズムによる計算では、界面を1セルで表現することから表面張力の表現に無理が生じている。つまり界面を1セルで表現することによる局所的な曲率の影響が界面に対して不均一に作用することから、界面に滑らかさがなく、時間的な変化においても若干連続性に欠けた結果となっている。

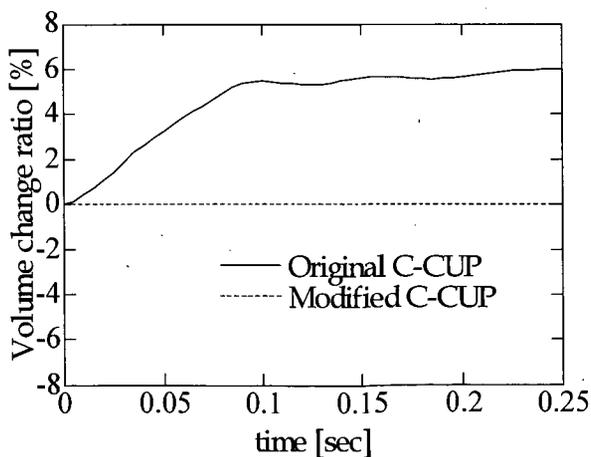


図-7 気泡上昇問題における液相質量の変化率

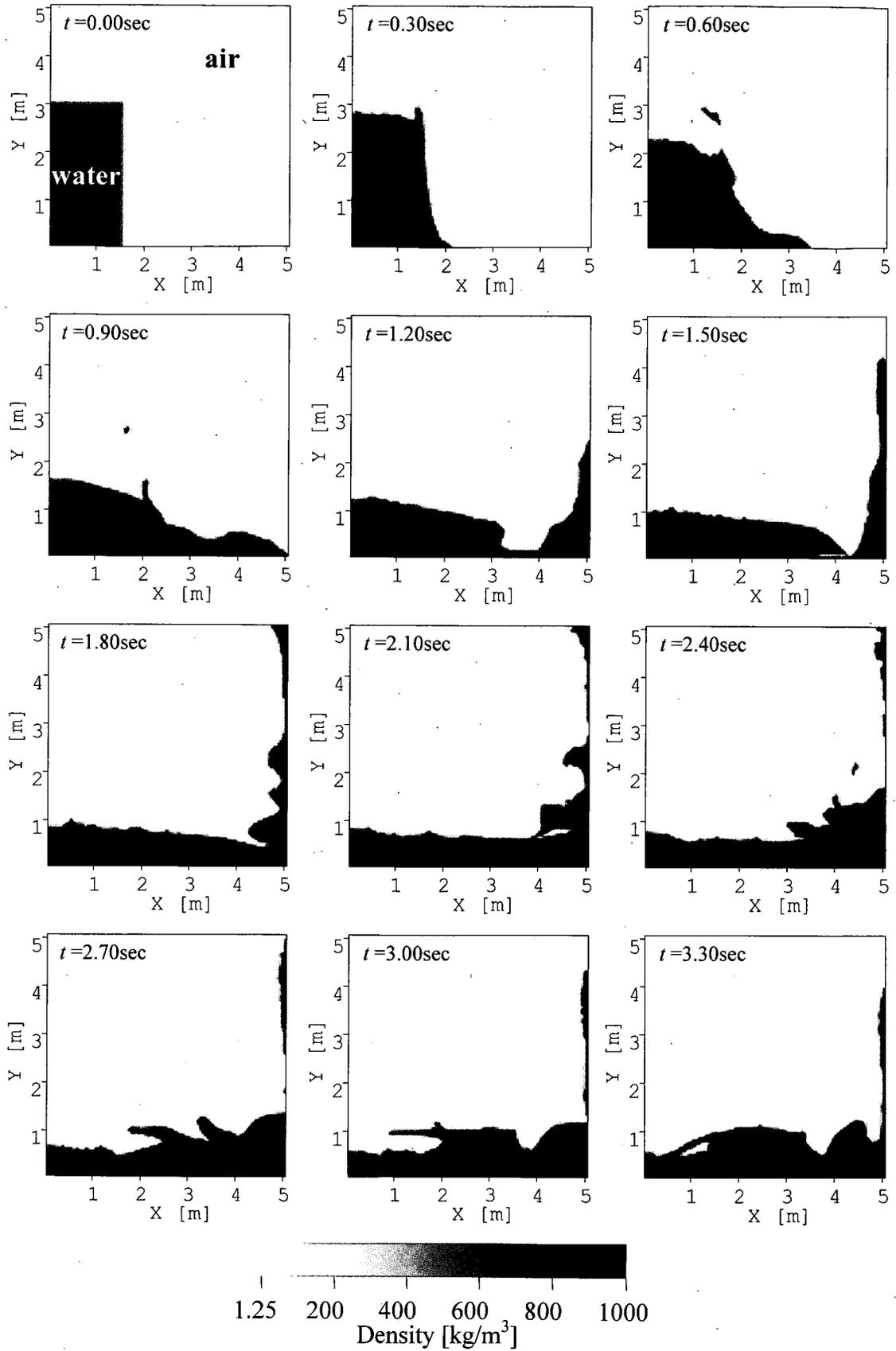


図-8 完全保存型アルゴリズムによるダムブレイク問題への適用例

次に気泡上昇問題における質量の保存に対する変化を見てみる。図-7はオリジナルのC-CUP法と完全保存型アルゴリズムによる液相質量の変化率である。オリジナルのC-CUP法では、初期状態から界面が大きく変化する計算初期において質量の増加が見られ、その後微増傾向が続き、本計算ではおよそ6%の液体質量の増加が生じている。完全保存型アルゴリズムでは、質量を計算毎ステップ事に逐次補正を施すことから、当然ながら完全に質量保存を満たしている。

図-8は、完全保存型アルゴリズムによるダムブレイク問題への適用例である。図は物質の密度の時空間分布を示したものであり、気相が白、液相が黒で表されている。図-7と同様に気液界面は気相と液相の境界において1セルのみで表現されており、界面における混和現象は発生していない。このことから、計算領域の右側側壁に沿って打ち上がった水塊が重力によって落下してくる現象が再現されており、それらの流体は計算領域下部に滞留する流体に対して跳ね返されることなく突入している。しかしながら、気泡上昇の例に見られたように界面の形状に若干不連続な部分があり、表面張力の作用を始めとして流体の物理的な挙動表現に対してさらなる検討を要する。

## 5. 結論

本研究では、風波の詳細な発達過程を検討するため、数値風洞水槽の開発を目指し、気液混相流体場の統一解法スキームの開発を行った。数値スキームのベースにはC-CUP法を用い、その基本的な精度の検証を行うとともに、表面張力モデルの導入とその妥当性について示した。

また、オリジナルのC-CUP法における数値拡散による界面の混和問題について示すとともに、その解決方法として完全保存型のアルゴリズムの導入を行った。その結果、界面における混和問題は回避することが可能となった。しかし、本研究において用いられたアルゴリズムは、界面の表現が1セルのみで行えることから、界面捕獲のシャープさに対して優位ではあるものの、界面の連続性及び表面張力の導入法については今後の課題として残すこととなった。

## 6. あとがき

気液混相流を統一的に取り扱う必要のある問題は港湾及び海岸空間において広く存在する。海岸における砕波の問題はその最たるものであるが、その他にも構造物に作用する衝撃砕波圧の問題や浮体構造物に作用する風応力と波・流れの作用力の問題などがある。こうした問題が高度

化・複雑化する中で数値計算的研究の必要性は益々増大する傾向にあり、早急に答えていかなければならない問題も少なくない。

本研究で開発した数値計算スキームは、最終目標を数値風洞水槽の構築としており、風波の発達過程を詳細に検討するために行っているものである。風波の研究は防災面における問題だけでなく、近年大きな問題となっている地球環境問題に関わる重要なテーマである。こうした風波に関わる様々な問題に対処するためにも気液混相流体場を统一的に解法するスキームの開発は必要不可欠であるといえる。

本研究は、今後、3次元化、乱流モデルの導入など、より現実的な数値風洞水槽の開発に向けて検討を行っていく予定である。また、実際の風洞実験水槽による結果との検証を踏まえて、より完成度の高い数値風洞水槽の開発を目指し、風波砕波の合理的モデル化のために物理的な考察が可能となる結果を出していきたいと考えている。

(2002年2月14日受付)

## 謝辞

本研究を遂行するにあたり、大阪市立大学の脇坂知行教授には有益な助言を受けました。ここに記して謝意を表します。

## 参考文献

- 玉古博朗(1994): 界面の分裂飛散を伴う流れ解析のための粒子法の開発, 東京大学修士論文, 160p.
- 水谷夏樹・安田孝志・小笠原敏記(1999): 孤立波の砕波過程への $k-\epsilon$ モデルの適用と乱流構造に関する研究, 海岸工学論文集, 第46巻, pp.156-160.
- 陸田秀実(2000): 大規模砕波による気液混相流体場における高精度数値計算手法の開発, 岐阜大学博士論文, 198p.
- 由比政年・石田 啓・保智正和(1998): 界面の大変形を伴う気液二相流体場の数値解析, 海岸工学論文集, 第45巻, pp.61-65.
- 脇坂知行・白川岳・竹内真一(2001): 質量保存を考慮した気液二相流の数値解析手法, 第15回数値流体力学シンポジウム講演論文集, C13-2.
- Brackbill, J.U., D.B. Kothe and C. Zemach(1992): A continuum method modeling surface tension, J. Comput. Phys., 100, pp335-354.
- Lin, P. and P.L.-F. Liu(1998): A numerical study of breaking waves in the surf zone, J. Fluid mech., 359, pp.239-264.

- Martin, J.C. and W.J. Moyce(1952): An experimental study of the collapse of liquid columns on a rigid horizontal plane, Phil. Trans. Roy. Soc. London A, Vol.244, pp.312-324.
- Nezu, I and H. Nakagawa(1993): Turbulence in open-channel flows, IAHR-Monograph, Balkema Publishers, Rotterdam
- Sussman, M., P. Smereka and S. Osher(1994): A level set approach for computing solutions to incompressible two-phase flow, J. Comput. Phys., 144, pp.146-159.
- Tanaka, R., T. Nakamura and T. Yabe(2000): Constructing exactly conservative scheme in a non-conservative form, Comput. Phys. Commun., 126, pp.232-243.
- Yabe, T. and P.-Y. Wang(1991a): Unified numerical procedure for compressible and incompressible fluid, J. Phys. Soc. Japan, 60, pp.2105-2108.
- Yabe, T. and T. Aoki(1991b): A universal solver for hyperbolic equations by cubic-polynomial interpolation, Comput. Phys. Commun., 66, pp.219-242.
- Yabe, T.(1997): Unified solver CIP for solid, liquid and gas, Comput. Fluid Dynamics Review 1997, pp.1-16.

---

国土技術政策総合研究所資料

TECHNICAL NOTE of NILIM

No. 35

June 2002

編集・発行 ©国土技術政策総合研究所

---

本資料の転載・複写のお問い合わせは

〒239-0826 神奈川県横須賀市長瀬3-1-1  
管理調整部企画調整課 電話:0468-44-5018